1. Assegnata la funzione $f(x,y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, si risponda alle seguenti problematiche:

   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(1,1)$ nel caso $v = (-1, 3)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(1, 1, f(1,1))$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, giustificare la limitatezza di f.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' - 4y' + 3y = x - e^{2x}$, $(\heartsuit)$

   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\heartsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\heartsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\heartsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale $\displaystyle\iiint_A \frac{\log\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\, dxdydz$, nel caso in cui $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \ x \le 0, \ y \le 0, \ z \le 0\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = \dfrac{x}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}\, dx + \dfrac{y}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}\, dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

   - determinare una regione massimale in cui w è esatta;
   - calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è la semicirconferenza di centro $O = (0,0)$ e raggio 1 situata nel semipiano positivo e percorsa in senso orario.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x^2+x+1)^n}{3^n}$ e, quando possibile, determinarne la somma.

Cognome e Nome. . . . .

1. Assegnata la funzione $f(x,y) = \log(16 - x^2 - y^2)$, si risponda alle seguenti problematiche:
   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(-1,2)$ nel caso $v = (2,-1)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(-1, 2, f(-1,2))$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D e, in caso negativo, determinare un insieme $\Omega \subset D$ su cui f è limitata.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' - 5y' + 6y = 3x + e^x$, $(\clubsuit)$
   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\clubsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\clubsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\clubsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

3. Calcolare il seguente integrale $\displaystyle\iiint_A \frac{e^{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,dxdydz$, nel caso in cui $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = \dfrac{-2x}{y - x^2}\,dx + \dfrac{1}{y - x^2}\,dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:
   - determinare una regione massimale in cui w è esatta;
   - calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è l' arco della parabola $y = x^2 + 1$ con estremi $(0,1)$ e $(2,5)$, orientato nel verso crescente.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x^2+2x+5)^n}{5^n}$ e, quando possibile, determinarne la somma.

Cognome e Nome. . . . .