1. Assegnata la funzione $f(x,y) = \sqrt{y - x^2 - x}$, si risponda alle seguenti problematiche:
   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(0,4)$ nel caso $v = (-1,3)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(0,4,f(0,4))$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' - 5y' - 14 = 2x - e^x$, $(\heartsuit)$
   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\heartsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\heartsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\heartsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale $\displaystyle\iiint_A \log z \cdot e^{x^2+y^2}\, dxdydz$, nel caso in cui $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ 1 \leq z \leq e\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = 3x^2y^3\, dx + 3x^3y^2\, dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:
   - determinare una regione massimale in cui w è esatta;
   - calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è l'ellisse con centro nell'origine e semiassi $a = 2$, $b = 6$.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\log x)^n$ e, quando possibile, determinarne la somma.

1. Assegnata la funzione $f(x,y) = \log(y - x^2 - 5x - 4)$, si risponda alle seguenti problematiche:
   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(0,8)$ nel caso $v = (2,-1)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(0,8,f(0,8))$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' - 3y' + 2y = x + e^{5x}$, $(\clubsuit)$
   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\clubsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\clubsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\clubsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

3. Calcolare il seguente integrale $\displaystyle\iiint_A z(x^2+y^2)\sin z \; dxdydz$, nel caso in cui $A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2+y^2 \le 9, \; \dfrac{\pi}{4} \le z \le \dfrac{\pi}{2}\right\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = 4x^3y^3 \; dx + 3x^4y^2 \; dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:
   - determinare una regione massimale in cui w è esatta;
   - calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è la circonferenza di centro $(2,3)$ e raggio 5.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (\cos x)^n$ e, quando possibile, determinarne la somma.

Analisi Matematica (6 CFU)
Prova del

Cognome e Nome.............................