

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 5x + 6 - y}$ , si risponda alle seguenti problematiche:
  - determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
  - dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
  - calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(0, 0)$  nel caso  $v = (1, 1)$ ;
  - scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(0, 0, f(0, 0))$ ;
  - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
  - facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .
  
2. Assegnata la seguente equazione differenziale  $y'' - 3y' + 2 = e^{3x}$ , ( $\heartsuit$ )
  - risolvere l'equazione omogenea associata a ( $\heartsuit$ );
  - determinare una soluzione particolare di ( $\heartsuit$ );
  - determinare la soluzione di ( $\heartsuit$ ) che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ .
  
3. Calcolare il seguente integrale  $\iiint_A z^2 \cdot \log \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy dz$ , nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, 1 \leq z \leq \sqrt[3]{3}\}$ .
  
4. Sia  $\omega(x, y) = 5x^4y^2 \, dx + 2x^5y \, dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:
  - determinare una regione massimale in cui  $w$  è esatta;
  - calcolare l'integrale  $\int_\gamma \omega$  dove  $\gamma$  è la circonferenza goniometrica percorsa in senso orario.
  
5. Studiare la convergenza della serie di funzioni  $\sum_{n=0}^{\infty} (e^x)^n$  e, quando possibile, determinarne la somma.