

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = x^3 - 3x - y^3 + 3y^2$ , si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
- dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(0, 0)$  nel caso  $v = (1, 1)$ ;
- scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(0, 0, f(0, 0))$ ;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale  $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}$ , ( $\heartsuit$ )

- risolvere l'equazione omogenea associata a ( $\heartsuit$ );
- determinare una soluzione particolare di ( $\heartsuit$ );
- determinare la soluzione di ( $\heartsuit$ ) che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ .

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A (x^2 + y^2) \, dx dy dz,$$

nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 1 \leq z \leq 5\}$ .

4. Sia  $\omega(x, y) = 3x^2y^3 \, dx + 3x^3y^2 \, dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare una regione massimale in cui  $w$  è esatta;
- calcolare l'integrale  $\int_\gamma \omega$  dove  $\gamma$  è la circonferenza goniometrica percorsa in senso orario.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni  $\sum_{n=0}^{\infty} (x^2 - 1)^n$  e, quando possibile, determinarne la somma.