

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = \log(y - x^2 + 3x + 40)$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(0, 1)$ nel caso $v = (1, -3)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(0, 1, f(0, 1))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' - 2y' - 3y = 3x - e^x$, (\heartsuit)

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit);
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit);
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{ze^z}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 1 \leq z \leq 2\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = 3x^2y^2 dx + 2x^3y dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare una regione massimale in cui w è esatta;
- calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è la circonferenza goniometrica percorsa in senso orario.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+x^2}\right)^n$ e, quando possibile, determinarne la somma.

1. Assegnata la funzione $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 6x - 7 - y}$, si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D ;
- dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare $\frac{\partial}{\partial v} f(0, -8)$ nel caso $v = (2, 1)$;
- scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x, y)$ nel punto $(0, -8, f(0, -8))$;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale $y'' + 3y' + 2y = 7x - e^{4x}$, (\heartsuit)

- risolvere l'equazione omogenea associata a (\heartsuit);
- determinare una soluzione particolare di (\heartsuit);
- determinare la soluzione di (\heartsuit) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{\log z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz,$$

nel caso in cui $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, 1 \leq z \leq e\}$.

4. Sia $\omega(x, y) = 4x^3y^4 dx + 4x^4y^3 dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare una regione massimale in cui w è esatta;
- calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove γ è la circonferenza centrata nell'origine e raggio 4.

5. Studiare la convergenza della serie di funzioni $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+|x|}\right)^n$ e, quando possibile, determinarne la somma.