INTRODUZIONE ALLA TERMOMECCANICA DEI CONTINUI

Tommaso Ruggeri

ERRATA CORRIGE ristampa 2008

(aggiornata al 19 giugno 2008)

posizione	correggere da	correggere in
pag 11 formula dopo la (1.37)	$\left(\mathbf{A}^{-1T}\right)^T = \det\mathbf{A}\,\mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{A}^C\right)^T$	$\left(\mathbf{A}^{-1T}\right)^T = \det\mathbf{A}\,\mathbf{A}^{-1} = \left(\mathbf{A}^C\right)^T$
pag.58 formula precedente la (5.14)	$\int_{\Delta\sigma} t_{ij}\, v_i\, n_i\, d\sigma$	$\int_{\Delta\sigma} t_{ij}\, v_i\, n_j\, d\sigma$
pag. 61 formula (5.24)	$\left(\dfrac{\rho v^2}{2} + \rho e\right) v_j$	$\left(\dfrac{\rho v^2}{2} + \rho e\right) v_i$
pag. 80 primo rigo	e (7.2)	e (7.21)
pag. 80 formula (7.23)	$+\chi J\mathbf{C}^{-1}\mathrm{Grad}\,\vartheta\cdot\mathrm{Grad}\,\vartheta$	$+\frac{1}{\vartheta^2}\chi J\mathbf{C}^{-1}\mathrm{Grad}\,\vartheta\cdot\mathrm{Grad}\,\vartheta$
pag 83 formula (7.41)	$\left(T_{iA} - \rho^*\frac{\partial e}{\partial F_{iA}}\right)\frac{\partial v_i}{\partial X_A} = \mathcal{E} \leq 0$	$\left(\rho^*\frac{\partial e}{\partial F_{iA}} - T_{iA}\right)\frac{\partial v_i}{\partial X_A} = \mathcal{E} \leq 0$
pag. 98 prima formula	$\mu\left(\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) n_j = f_i$	$-p n_i + \mu\left(\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) n_j = f_i$
pag 101	$c = p_S = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma\frac{k}{m}\vartheta}$	$c = \sqrt{p_\rho} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S} = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma\frac{k}{m}\vartheta}$
pag. 120 Figura 10.3	C_-^2 e C_+^1	C_+^1 e C_-^2 rispettivamente.

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \\ \\ \rho \dfrac{dv_j}{dt} + \dfrac{\partial}{\partial x_i} \left(p\delta_{ij} - \sigma_{ij} \right) = \rho b_j \\ \\ \rho \dfrac{de}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D} + \operatorname{div} \mathbf{q} = r \end{cases} \tag{8.23}$$

La prima delle (8.23) è immediata. Per provare le restanti iniziamo ad osservare che per qualsiasi funzione f si ha grazie all'equazione di continuità $(8.21)_1$ l'identità:

$$\frac{\partial \rho f}{\partial t} + \frac{\partial \rho f v_i}{\partial x_i} = \rho \frac{df}{dt} \tag{8.24}$$

e quindi dalla $(8.21)_2$ anche la seconda delle (8.23) è immediata. Per quanto riguarda la terza equazione applicando la (8.24) a $(8.21)_3$ si ha

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} + e \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ p v_i - \sigma_{ij} v_j + q_i \right\} = \rho b_j v_j + r. \tag{8.25}$$

Sottraendo dalla (8.25) la $(8.23)_2$ dopo averla moltiplicata per v_j si ha subito anche la $(8.23)_3$.

Il sistema (8.23) è equivalente per soluzioni classiche al sistema (8.21).
La legge di evoluzione dell'energia $(8.23)_3$ può essere riscritta come legge di evoluzione per la temperatura tenendo in conto le (8.22) e $(8.23)_1$:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\rho \frac{\partial e}{\partial \vartheta}} \left\{ r + \left(\rho^2 \frac{\partial e}{\partial \rho} - p \right) \operatorname{div} \mathbf{v} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D} - \operatorname{div} \mathbf{q} \right\}. \tag{8.26}$$

Nel prossimo paragrafo vedremo le restrizioni notevoli indotte dal principio di entropia per le equazioni costitutive (8.22) fisicamente accettabili. Queste restrizioni valgono al limite anche nel caso di EULERO.

8.3 Principio di entropia per un fluido

Riscriviamo il principio di entropia (6.7) utilizzando la derivata materiale e tenendo conto di $(8.23)_1$:

$$\rho \frac{dS}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{q_i}{\vartheta} \right) - \frac{r}{\vartheta} = \Sigma \geq 0. \tag{8.27}$$

Assumendo che anche la densità di entropia dipenda da densità e temperatura, cioè

$$S \equiv S(\rho, \vartheta)$$

si ha da (8.27), $(8.23)_1$ e (8.26):

Traccia della deduzione di (11.36):

Da (11.26) e (11.29) otteniamo

$$-s + v_{0n} = -c_0 M_0, \qquad\qquad -s + v_n = -c_0 M_0 \, \frac{V}{V_0}. \tag{*}$$

Tenendo conto di $(8.35)_1$ abbiamo

$$e = \frac{pV}{\gamma - 1}, \qquad e_0 = \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1} \tag{**}$$

Sostituendo (*), (**), (11.33) e (11.34) in (11.25) si ha subito

$$\frac{(p^2 - p_0^2)V_0}{2M_0} - \frac{\gamma p_0 \, (pV - p_0 V_0)}{\gamma - 1} = 0 \tag{***}$$

dove si è tenuto conto anche di (11.30). Finalmente sostituendo (11.35) in (***) si ha, oltre che la soluzione nulla $p = p_0$ la soluzione (11.36).