

1. Determinare $f \circ g$, $g \circ f$ ed i rispettivi domini nel caso in cui:

- a) $f(x) = \ln x$ $g(x) = x - 1$;
- b) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = e^x - 1$;
- c) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = x^2 - 7x + 10$;
- d) $f(x) = \ln x$ $g(x) = e^x$;
- e) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ $g(x) = e^x$.

2. Si determini il dominio D_f e l'insieme delle immagini $f(D_f)$ nel caso in cui:

- a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$;
- b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$;
- c) $f(x) = \ln(e^x + 1)$;
- d) $f(x) = |x| - 1$;
- e) $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.

Infine, stabilire se f è limitata o no e determinarne gli estremi.

Suggerimento: per determinare $f(D_f)$ impostare l'equazione $f(x) = y$ e procedere alla sua risoluzione facendo emergere per quali y l'equazione ammette almeno una soluzione.

Ad esempio, se fosse $f(x) = |x + 3| + 7$, si avrebbe che l'equazione $|x + 3| + 7 = y$ è equivalente a

$$|x + 3| = y - 7.$$

Quest'ultima è del tipo $|P(x)| = k$ che si ricorda essere possibile solo se $k \geq 0$. Pertanto, dovrà essere

$$y - 7 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 7.$$

Si conclude che $f(D_f) = [7, +\infty[$ e quindi f non è limitata superiormente, ma ammette minimo assoluto. In particolare:

$$\sup_{x \in D_f} f(x) = +\infty, \quad \min_{x \in D_f} f(x) = 7.$$

3. Dopo averne individuato la legge esplicita, provare a disegnare il grafico delle funzioni

$$f_1(x) = f(x - 2), \quad f_2(x) = |f_1(x)|$$

nel caso in cui:

- a) $f(x) = x^2$;
- b) $f(x) = \sqrt{x}$;
- c) $f(x) = \ln x$;
- d) $f(x) = e^x$;
- e) $f(x) = x^3$.

Osservare i grafici ottenuti nei vari casi e, per ognuno di essi, provare a dire quali sono le proprietà di cui gode o non gode f_2 (monotonia o anche solo possibili intervalli di monotonia, limitatezza con eventuali estremi, iniettività, suriettività, simmetria, ...).