

Facoltà di Ingegneria -Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU)
12 Gennaio 2010 (Traccia A)

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 (4punti)

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ con matrice associata rispetto alle basi canoniche nel dominio e nel codominio

$$\begin{pmatrix} h-2 & 0 & 0 \\ h & 0 & 0 \\ h-2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{con } h \text{ parametro reale.}$$

- Studiare f al variare di h , determinando in ciascun caso $\text{Im}f$ e $\text{Ker}f$ e le relative dimensioni.
- Verificare che h è autovalore di f e determinare, al variare di h , l'autospazio relativo V_h
- Stabilire se f è semplice e determinare una base di autovettori indipendente da h .
- Trovare la controimmagine, al variare di h , $f^{-1}(1, 1, 1)$.

Esercizio 2 (2punti)

Discutere al variare di α , la natura della quadrica di equazione

$$x^2 - 2xz - 2\alpha y = 0$$

Esercizio 3 (2punti)

Verificare che la conica \mathcal{C} di equazioni

$$\mathcal{C} : \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x^2 + z^2 - 4x - 2z = 0 \end{cases}$$

è una circonferenza. Trovare centro e raggio di \mathcal{C} .

Esercizio 4 (2punti)

- 1) Stabilire per quali valori del parametro k i vettori $v_1 = (1, k, 1)$, $v_2 = (2, k - 2, 1)$, $v_3 = (1, 2, 0)$ formano una base di \mathbb{R}^3 .
- 2) Sostituito il valore di k per cui v_1, v_2, v_3 sono dipendenti, trovare la dimensione del sottospazio che essi generano.