

Esame di Statistica

22 Maggio 2017

Università Mediterranea di Reggio Calabria

Nome, Cognome:

Matricola:

Tracce (80 minuti)

A) Tizio è sospettato di aver commesso una rapina e sottoposto all'esame della macchina della verità. Il soggetto può essere colpevole (C) o innocente (I). Prima di essere sottoposto all'esame, Tizio risulta con una probabilità di colpevolezza $P(C)$ doppia rispetto alla probabilità di innocenza $P(I)$.

La macchina della verità può fornire due risultati x e y , a cui si assegnano le seguenti probabilità

$$P(x | I) = 95\%; \quad P(y | C) = 90\%$$

- Valutare le probabilità a priori $P(C)$, $P(I)$, considerando che $P(I) + P(C) = 1$.
- Assumendo che la macchina dia come risultato x , si calcoli la probabilità totale e a posteriori $P(I | x)$, $P(C | x)$.
- Assumendo che la macchina dia come risultato y , si calcoli la probabilità totale e a posteriori $P(I | y)$, $P(C | y)$.

B) La società *Alpha* intenta causa contro il fornitore *Beta* per una fornitura difettosa che ha causato grave danno ad *Alpha*. Andando a sentenza, il risarcimento aleatorio \mathcal{R} ha la seguente probabilità

$$\mathcal{R} \sim \begin{cases} 0\€ & 100000\€ \\ 60\% & 40\% \end{cases}$$

Se invece la società si ritira dal contenzioso, allora riceverà forfettariamente $y = 37000\€$.

- Calcolare il valore atteso $\mathbb{E}(\mathcal{R})$.
- Calcolare la differenza tra valore atteso e forfait y .
- Assumendo che la società avversa al rischio abbia una utilità di von Neumann-Morgenstern

$$u(x) = -e^{-\frac{x}{100000}}$$

Conviene ad *Alpha* accettare la transazione?

C) Sia X una v.a. continua e t un parametro.

- Stabilire se la seguente è una funzione di densità

$$f(x) = \begin{cases} t(4x - 2x^2) & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Risolvendo il punto a) si calcoli il valore di t .

c) Si calcoli $P(X > 1)$.

D) Una azienda produttrice di barrette metalliche, produce barrette, per vari utilizzi, lunghe al più 5cm in media con deviazione standard 0.1cm. Un campione casuale di 16 misurazioni ha determinato una media campionaria di 4.962cm. Con un livello di significatività $\alpha = 0.05$, si vuole verificare che la lunghezza delle barrette non sia diminuita. Si calcoli il p -value commentandone il valore.

Level of Significance α	0.10	0.05	0.01	0.005
Critical Values of z for One-Tailed Tests	-1.28 or 1.28	-1.645 or 1.645	-2.33 or 2.33	-2.58 or 2.58
Critical Values of z for Two-Tailed Tests	-1.645 and 1.645	-1.96 and 1.96	-2.58 and 2.58	-2.81 and 2.81