Corso di Laurea in Scienze Economiche L-33

Matematica per l'Economia
SECS-S/06 - 8 CFU

Prof. Massimiliano Ferrara

massimiliano.ferrara@unirc.it
massimiliano.ferrara@unibocconi.it

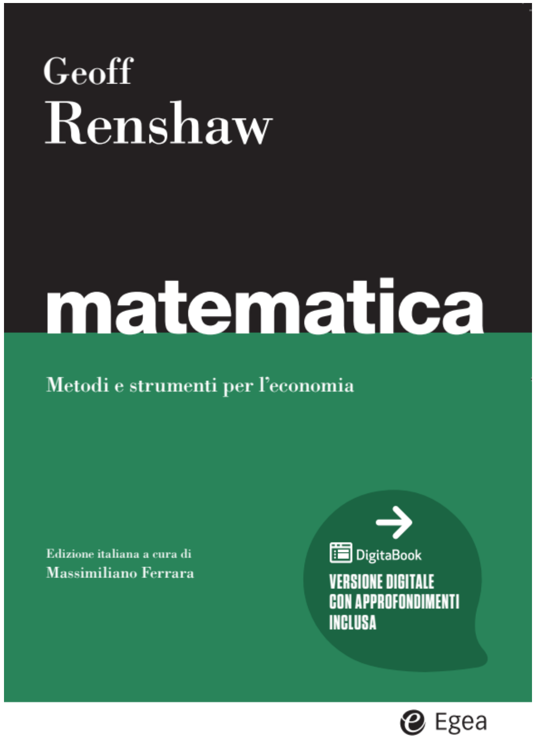
A.A. 2022/2023

Geoff Renshaw

Matematica. Metodi e strumenti per l’economia

Edizione italiana a cura di Massimiliano Ferrara

Capitolo 8 – Applicazioni delle funzioni e delle derivate alla microeconomia



Funzioni di costo totale e medio di breve periodo

Esempio: fig. 8.2. $TC = 5q^2 + 5q + 2000$

$$AC = \frac{TC}{q} = 5q + 5 + \frac{2000}{q} = 5q + 5 + 2000q^{-1}$$

Qual è la ragione economica della forma delle funzioni illustrate?

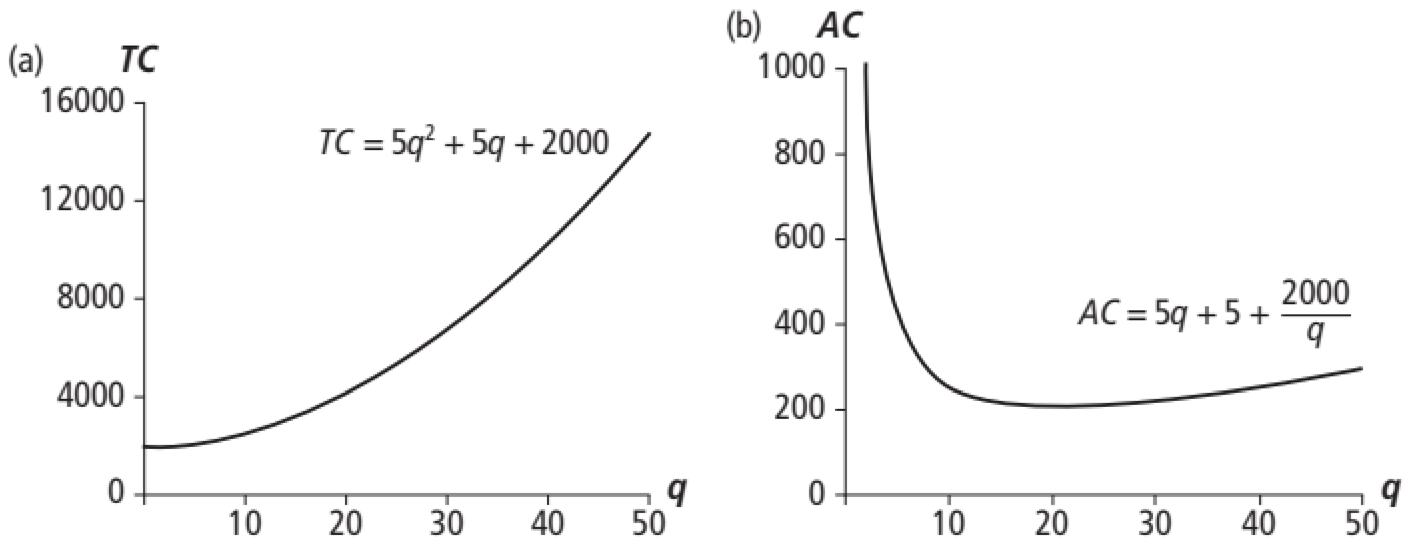
(Per altre forme possibili vedi gli Esempi 8.5, 8.6.)

Calcolo del minimo di *AC*: $\frac{\mathrm{d}AC}{\mathrm{d}q} = 5 - 2000q^{-2} = 5 - \frac{2000}{q^2} = 0$

$\Rightarrow \quad 5q^2 = 2000 \quad \Rightarrow \quad q = 20$

$\frac{\mathrm{d}^2 AC}{\mathrm{d}q^2} = 4000q^{-3} = \frac{4000}{q^3} > 0$ si ha un MIN

Figura 8.2 Funzioni di costo totale e medio



Costo marginale

Definizione tipica dei manuali di livello introduttivo: $MC_1 = \frac{\Delta TC}{\Delta q}$ con $\Delta q = 1$

Come per il rapporto incrementale, questa definizione difetta di precisione, perciò nel lavoro teorico si usa: $MC = \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q}$ (Regola 8.1).

Ne segue che, se $TC = 5q^2 + 5q + 2000$, allora $MC = 10q + 5$ (indipendente dai costi fissi)

Relazione fra *MC* e *AC*

Per quanto visto, $MC = 10q + 5$ e $AC = 5q + 5 + \frac{2000}{q}$

Facciamo riferimento alla fig. 8.4.

1. *AC* è asintotica all'asse verticale e all'aumentare di *q* diventa sempre più lineare

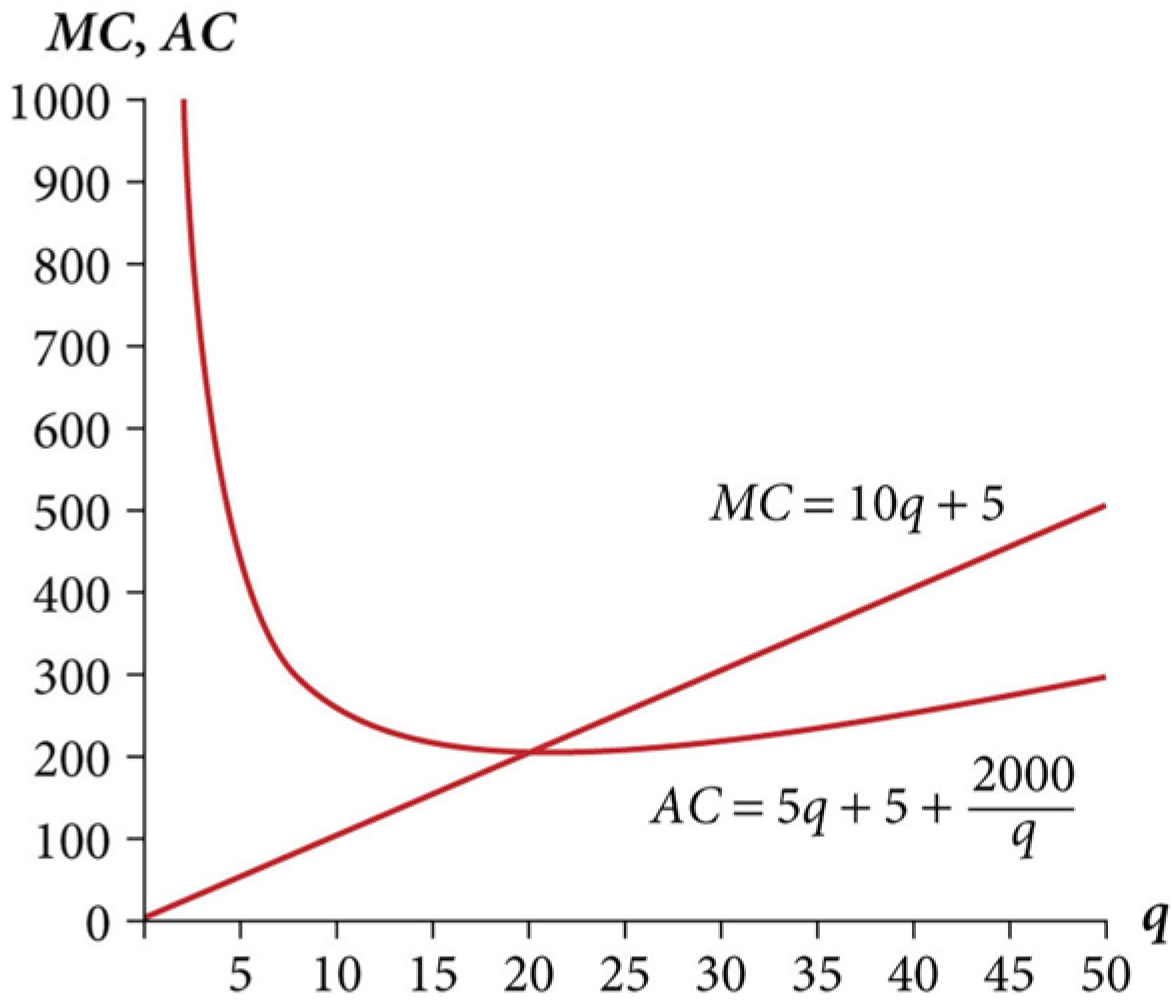
2. *MC* interseca *AC* nel minimo di *AC*, all'incirca per *q* = 20.

Verifichiamo algebricamente: *MC* = *AC* $\Rightarrow 10q + 5 = 5q + 5 + \frac{2000}{q}$

$\Rightarrow \;\; 5q^2 = 2000 \;\; \Rightarrow \;\; q = 20$

Ma abbiamo trovato poc'anzi che il minimo di *AC* si ha per *q* = 20

Figura 8.4 Curve di costo marginale e di costo medio e loro relazione



Domanda, ricavo totale

Esempio 8.7   Funzione di domanda di mercato: $q = -2p + 200$

Funzione di domanda inversa: $p = -0{,}5q + 100$

Il ricavo totale (≡ spesa totale) è allora

$TR \equiv pq = (-0{,}5q + 100)q = -0{,}5q^2 + 100q$ (fig. 8.9)

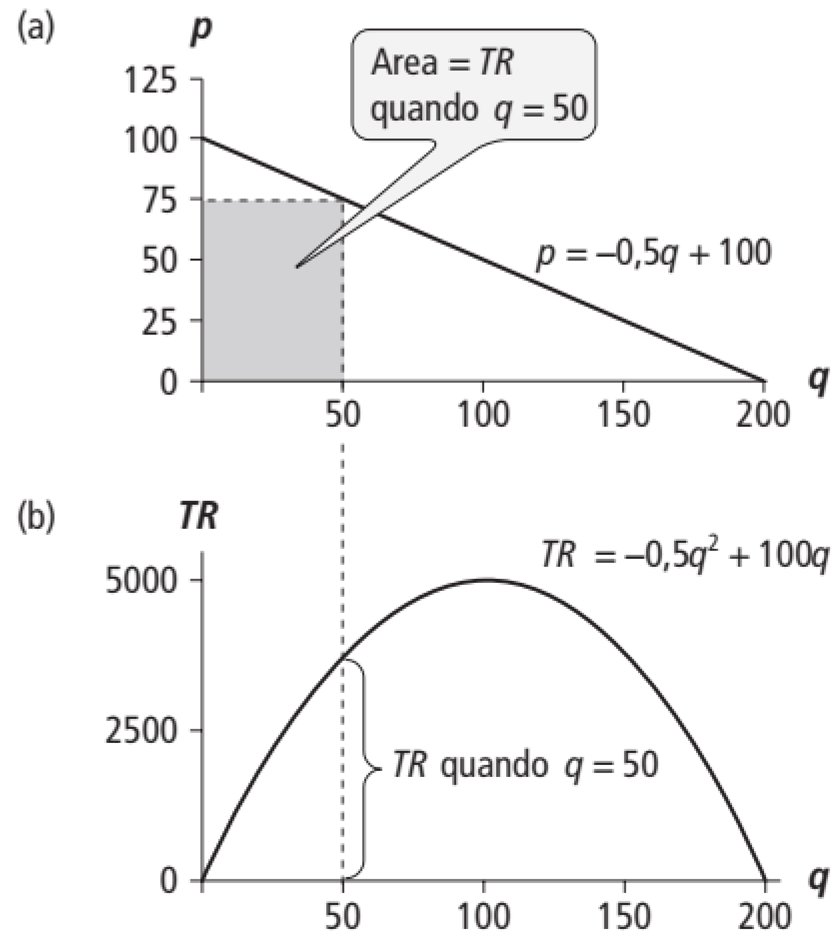
Il max di *TR* si ha quando

$$AC = \frac{TC}{q} = 5q + 5 + \frac{2000}{q} = 5q + 5 + 2000q^{-1}$$

$TC = 5q^2 + 5q + 2000$ perciò è un max (non un min o un flesso)

Perché *TR* ha un max?

Figura 8.9 Funzioni di domanda e di ricavo totale in regime di monopolio



Ricavo marginale

Definizione tipica dei manuali di livello introduttivo: $MR_1 = \frac{\Delta TR}{\Delta q}$

con $\Delta q = 1$

Come per il rapporto incrementale, questa definizione difetta di precisione, perciò nel lavoro teorico si usa:

$$MR = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} \qquad \text{(Regola 8.2)}$$

Perciò, ovviamente, il massimo di *TR* si ha dove *MR* = 0 (e $\frac{\mathrm{d}^2TR}{\mathrm{d}q^2} < 0$)

Vale a dire: per avere un massimo di *TR* è necessario che la derivata prima sia nulla e la derivata seconda sia negativa.

Ricavo marginale: due casi (1)

1. Regime di monopolio

La fig. 8.9 si riferisce alla funzione di domanda *di mercato*. In regime di monopolio, la domanda di mercato coincide con la domanda dell'impresa, perciò l'analisi precedente resta valida per il venditore monopolista.

Dunque il max di *TR* si ha quando $MR = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = 0 \qquad \frac{\mathrm{d}^2TR}{\mathrm{d}q^2} < 0.$

Ricavo marginale: due casi (2)

2. Regime di concorrenza perfetta

Per definizione, l'impresa può vendere la quantità desiderata al prezzo di mercato corrente $\bar{p}$.

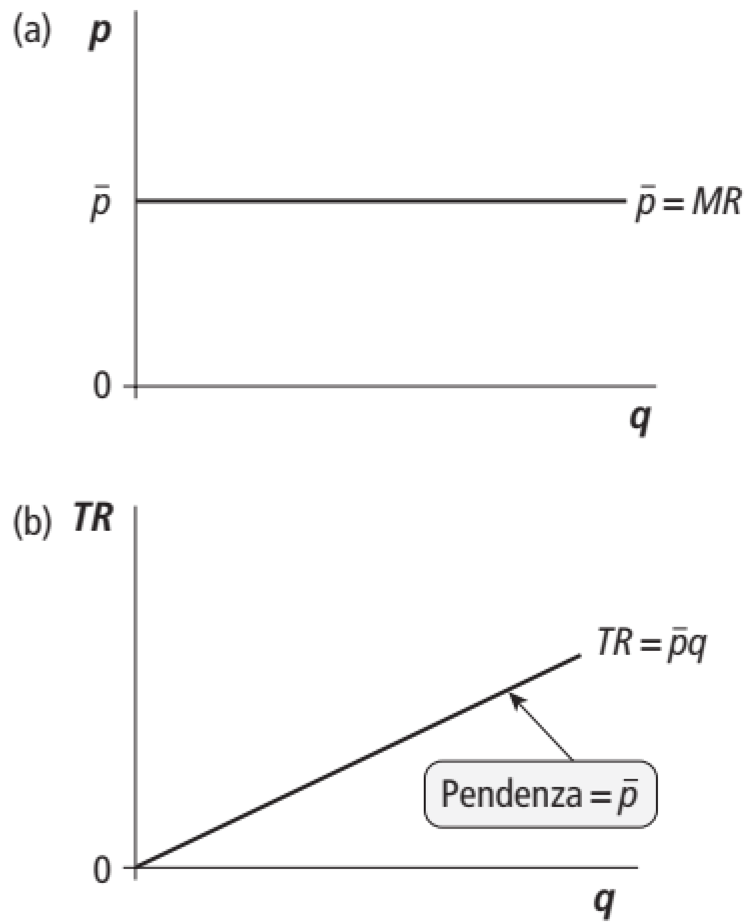
Il ricavo totale è semplicemente $TR = \bar{p}q$

per cui $MR = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = \bar{p}$

Il ricavo marginale, dunque, è uguale al prezzo in condizioni di competizione perfetta.

Fai riferimento alla fig. 8.12.

Figura 8.12 Funzioni di ricavo marginale e totale in regime di concorrenza perfetta



Per l'impresa in regime di concorrenza perfetta, la funzione di domanda inversa e la funzione di ricavo marginale coincidono. Di conseguenza, la funzione di ricavo totale è lineare.

Massimizzazione del profitto in monopolio, mediante la funzione dei profitti

Supponiamo vi sia un monopolista con $TC = q^2 + 2q + 500$ e funzione di domanda $q = -0{,}5p + 100$ (Esempio 8.11)

Per trovare la funzione *TR*, per prima cosa ricaviamo la funzione di domanda inversa $p = -2q + 200$

Allora $TR = pq = (-2q + 200)q = -2q^2 + 200q$

Ora possiamo ricavare la funzione dei profitti $\Pi \equiv TR - TC$

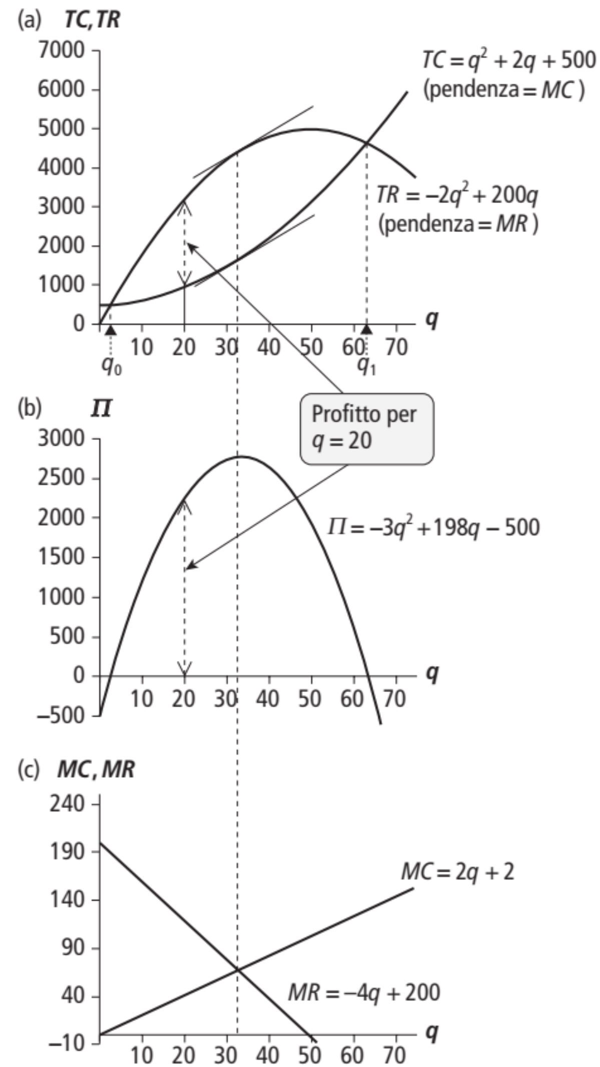
$= (-2q^2 + 200q) - (q^2 + 2q + 500) = -3q^2 + 198q - 500$

Il profitto è massimo quando $\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}q} = -6q + 198 = 0 \;\Rightarrow\; q = 33$

($\frac{\mathrm{d}^2\Pi}{\mathrm{d}q^2} = -6 < 0$)

Osserva la fig. 8.14 parti (a) e (b).

Figura 8.14 Massimizzazione del profitto in regime di monopolio



Quando $q < 33$, $MR > MC$ e un aumento della produzione fa aumentare i profitti.
Quando $q > 33$, $MR < MC$ e un aumento della produzione fa diminuire i profitti.
I punti di pareggio in cui $TR = TC$ sono q_0 e q_1.

Massimizzazione del profitto in monopolio, mediante *MC* e *MR*

Data $\Pi = TR - TC$, per avere Π max deve valere:

$$\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}q} = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} - \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q} = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q} \quad \Rightarrow \quad MR = MC$$

Nell'esempio precedente, $MR = -4q + 200$ e $MC = 2q + 2$

Perciò $MR = MC \quad \Rightarrow \quad -4q + 200 = 2q + 2 \quad \Rightarrow \quad q = 33$

Nota che $MR = MC$ è solo la condizione del primo ordine per Π max.

La condizione del secondo ordine è $\frac{\mathrm{d}^2\Pi}{\mathrm{d}q^2} = \frac{\mathrm{d}^2TR}{\mathrm{d}q^2} - \frac{\mathrm{d}^2TC}{\mathrm{d}q^2} < 0$

Che cosa significa? Guarda la fig. 8.14 parte (c).

Massimizzazione del profitto in concorrenza perfetta, mediante la funzione dei profitti

Supponiamo vi sia un'impresa in concorrenza perfetta che ha la stessa *TC* del monopolista citato poc'anzi: $TC = q^2 + 2q + 500$

Assumiamo arbitrariamente che il prezzo corrente di mercato sia $p = \bar{p} = 72$

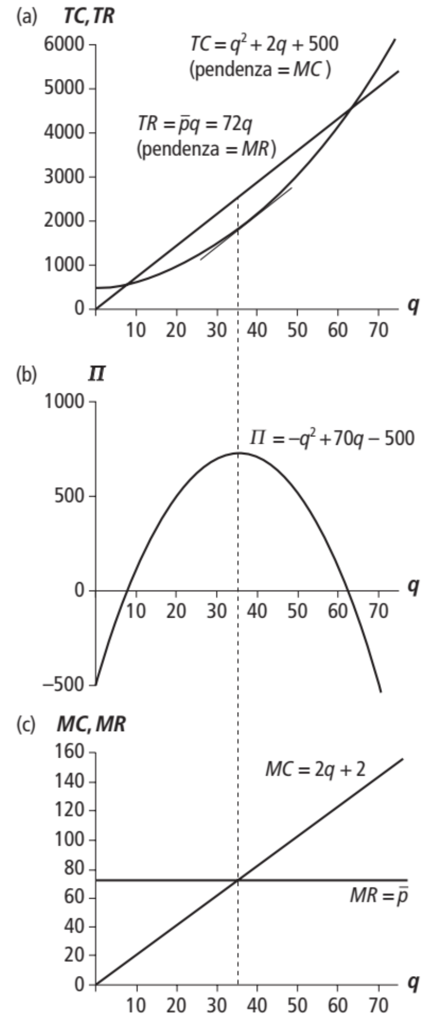
Allora $TR = \bar{p}q = 72q$ e $\Pi \equiv TR - TC = 72q - (q^2 + 2q + 500) = -q^2 + 70q - 500$

Per avere il profitto massimo:

$$\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}q} = -2q + 70 = 0 \;\Rightarrow\; q = 35 \quad \left(\frac{d^2\Pi}{dq^2} = -2 < 0\right)$$

Osserva la fig. 8.15 parti (a) e (b).

Figura 8.15 Massimizzazione del profitto in regime di concorrenza perfetta



Quando $q < 35$, $MR = \bar{p} > MC$ e un aumento della produzione fa aumentare i profitti.
Quando $q > 35$, $MR = \bar{p} < MC$ e un aumento della produzione fa diminuire i profitti.
I punti di pareggio sono approssimativamente $q = 8$ e $q = 62$.

Massimizzazione del profitto in concorrenza perfetta, mediante *MC* e *MR*

Come in monopolio, data $\Pi \equiv TR - TC$, per avere Π max deve valere:

$$\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}q} = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} - \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q} \;\Rightarrow\; MR = MC$$

RISULTATO IMPORTANTE: in concorrenza perfetta, $TR = \bar{p}q = 72q$

per cui $MR = \frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = \bar{p} = 72$

Di conseguenza, $TC = q^2 + 2q + 500$ da cui $MC = 2q + 2$

Pertanto $MR = MC \;\Rightarrow\; 72 = 2q + 2 \;\Rightarrow\; q = 35$

Osserva la fig. 8.15 parte (c).

Confronto dell'equilibrio in monopolio e in concorrenza perfetta

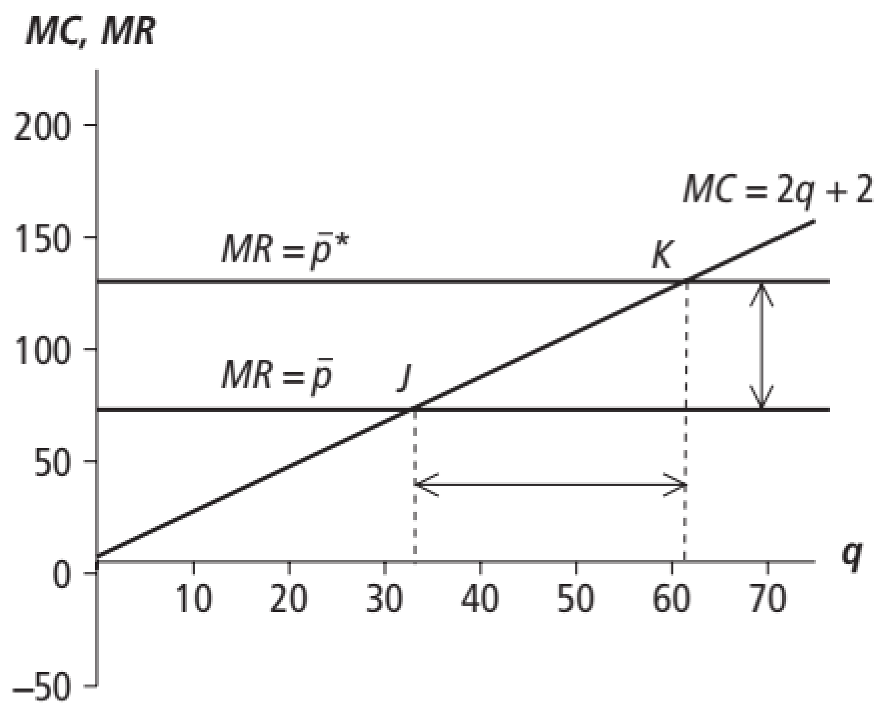
Osserva le figg. 8.16 e 8.17 (nelle prossime slide)

Vedi il Paragrafo 8.18.

1. Un monopolista produce meno output e lo vende a un prezzo più alto?

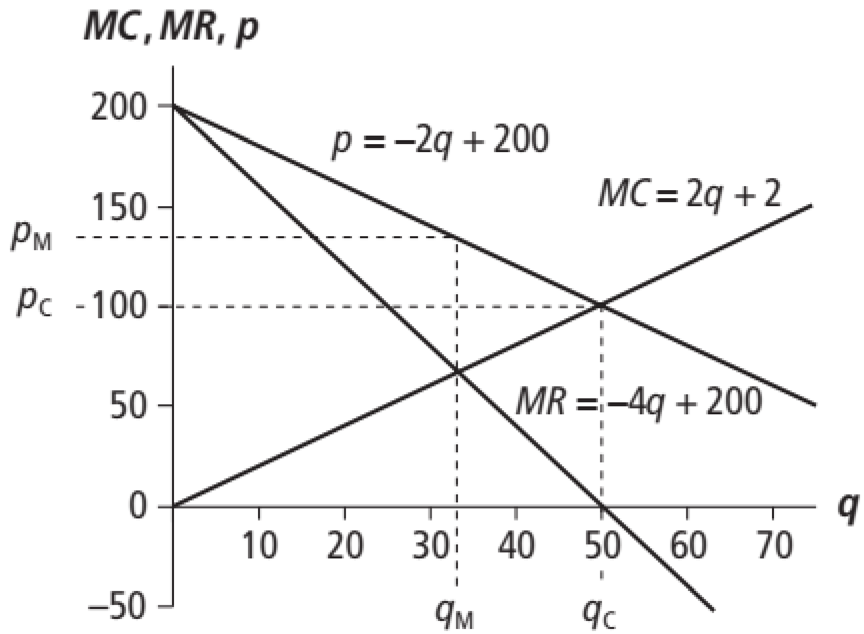
2. La conclusione importante secondo cui la curva del costo marginale per l'impresa in concorrenza perfetta è anche la sua curva di offerta (fig. 8.16).

Figura 8.16 Offerta in regime di concorrenza perfetta



Al crescere o al diminuire del prezzo di mercato corrente $\bar{p}$, ogni impresa si muove in su o in giù lungo la propria curva *MC* in modo da massimizzare i profitti. Perciò la curva *MC* diviene la curva di offerta dell'impresa.

Figura 8.17 Equilibrio in regime di monopolio e di concorrenza perfetta



Il prezzo di monopolio è maggiore e l'output è minore di quelli in regime di concorrenza perfetta, ossia $p_M > p_C$ e $q_M < q_C$.