Corso di Laurea in Scienze Economiche L-33

Matematica per l'Economia
SECS-S/06 - 8 CFU

Prof. Massimiliano Ferrara

massimiliano.ferrara@unirc.it
massimiliano.ferrara@unibocconi.it

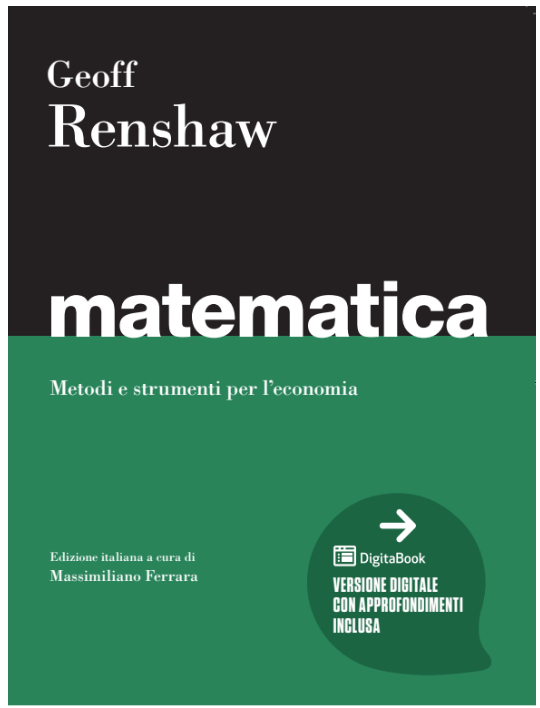
A.A. 2022/2023

Geoff Renshaw

Matematica. Metodi e strumenti per l’economia

Edizione italiana a cura di Massimiliano Ferrara

Capitolo 9 – L’elasticità nell’analisi economica



Egea

Variazioni assolute, proporzionali e percentuali

Osserva la fig. 9.1.

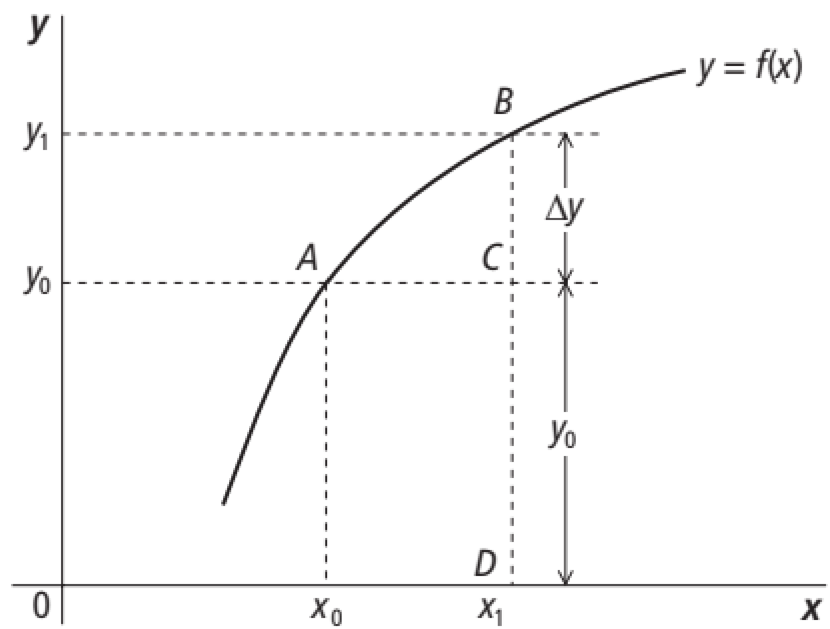
Variazione assoluta: Δy (misurata nelle unità di y, per es. litri)

Variazione proporzionale: $\dfrac{\Delta y}{y_0}$ (numero puro, per es. $\frac{1}{10}$)

Variazione percentuale: $\dfrac{\Delta y}{y_0} \times 100$ (in percentuale, per es. 10%)

Le variazioni proporzionali e percentuali sono abbastanza simili da poter essere considerate praticamente interscambiabili.

Figura 9.1 Variazione assoluta e variazione proporzionale



Quando x passa da x_0 a x_1, la variazione assoluta di y è $\Delta y = BC$. La variazione proporzionale è $\dfrac{\Delta y}{y_0} = \dfrac{BC}{CD}$.

Elasticità dell'arco dell'offerta

Funzione di offerta $q = f(p)$

Def. da manuale introduttivo:

$$E_A^S = \frac{\text{variazione percentuale della quantità offerta}}{\text{variazione percentuale del prezzo}}$$

Dividendo sopra e sotto per 100 otteniamo:

$$E_A^S = \frac{\text{variazione percentuale della quantità offerta}}{\text{variazione proporzionale del prezzo}} = \frac{\frac{\Delta q}{q_0}}{\frac{\Delta p}{p_0}}$$

Elasticità dell'arco (Regola 9.2)

Misura il tasso di variazione proporzionale di q.

Elasticità del punto dell'offerta

E_A^S può venire scritta come $E_A^S = \frac{\frac{\Delta q}{q_0}}{\frac{\Delta p}{p_0}} = \frac{\Delta q}{q_0}\frac{p_0}{\Delta p} = \frac{\Delta q}{\Delta p}\frac{p_0}{q_0}$

dove $\frac{\Delta q}{\Delta p}$ è il rapporto incrementale.

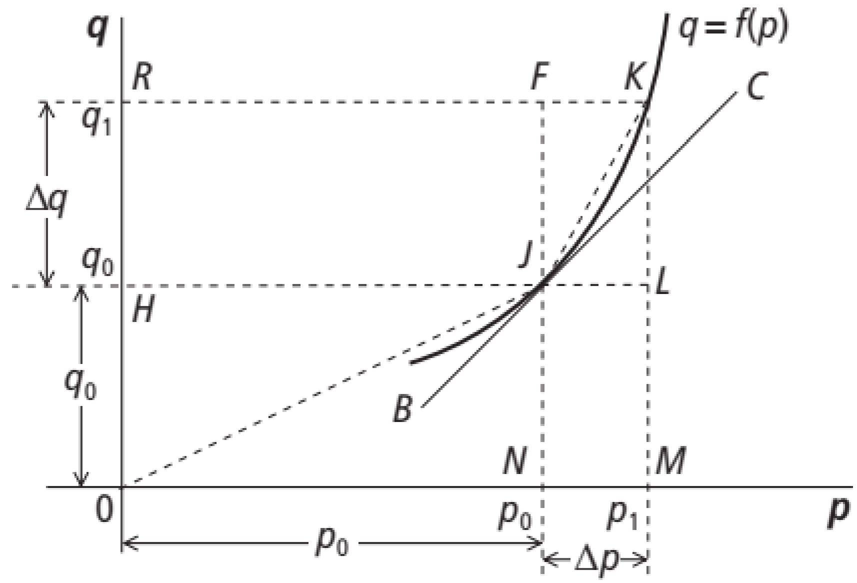
E_A^S non è una misura precisa; varia con il valore e il segno di Δp.

Sostituiamo allora $\frac{\Delta q}{\Delta p}$ con $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}$, ottenendo l'elasticità **del punto**:

$$E^S = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}\frac{p_0}{q_0}$$ Elasticità del punto (Regola 9.3)

La fig. 9.3 mette a confronto le due elasticità dell'offerta.

Figura 9.3 Confronto tra elasticità dell'arco ed elasticità del punto per la funzione di offerta



L'elasticità del punto dell'offerta è $E^S \equiv \dfrac{\mathrm{d}q/\mathrm{d}p}{q_0/p_0} = \dfrac{\text{pendenza della tangente } BC}{\text{pendenza di } 0J}$

L'elasticità dell'arco dell'offerta è $E_A^S \equiv \dfrac{\Delta q/\Delta p}{q_0/p_0} = \dfrac{\text{pendenza della corda } JK}{\text{pendenza di } 0J}$

Elasticità dell'arco della domanda

Funzione di domanda $q = g(p)$

Def. da manuale introduttivo:

$$E_A^D = \frac{\text{variazione percentuale della quantità domandata}}{\text{variazione percentuale del prezzo}}$$

Dividendo sopra e sotto per 100 otteniamo:

$$E_A^D = \frac{\text{variazione percentuale della quantità domandata}}{\text{variazione proporzionale del prezzo}} = \frac{\frac{\Delta q}{q_0}}{\frac{\Delta p}{p_0}}$$

Elasticità dell'arco (Regola 9.4)

Misura il tasso di variazione proporzionale di q.

Domanda elastica e anelastica

Se la funzione di domanda è decrescente, Δq e Δp hanno segni opposti, perciò E_A^D è sempre negativa.

Per evitare confusione si considera il valore assoluto $\left|E_A^D\right|$, che è non negativo per definizione.

Se $\left|\frac{\Delta q}{q_0}\right| > \left|\frac{\Delta p}{p_0}\right|$, allora $\left|E_A^D\right| > 1$ e si dice che la domanda è **elastica**

Se $\left|\frac{\Delta q}{q_0}\right| < \left|\frac{\Delta p}{p_0}\right|$, allora $\left|E_A^D\right| < 1$ e si dice che la domanda è **anelastica**

Se $\left|\frac{\Delta q}{q_0}\right| = \left|\frac{\Delta p}{p_0}\right|$, allora $\left|E_A^D\right| = 1$ (**elasticità unitaria**)

Elasticità del punto della domanda

Si ricava allo stesso modo dell'elasticità del punto dell'offerta.

L'elasticità dell'arco $E_A^D = \frac{\Delta q}{\Delta p}\frac{p_0}{q_0}$ non è una misura precisa; varia con il valore e il segno di Δp.

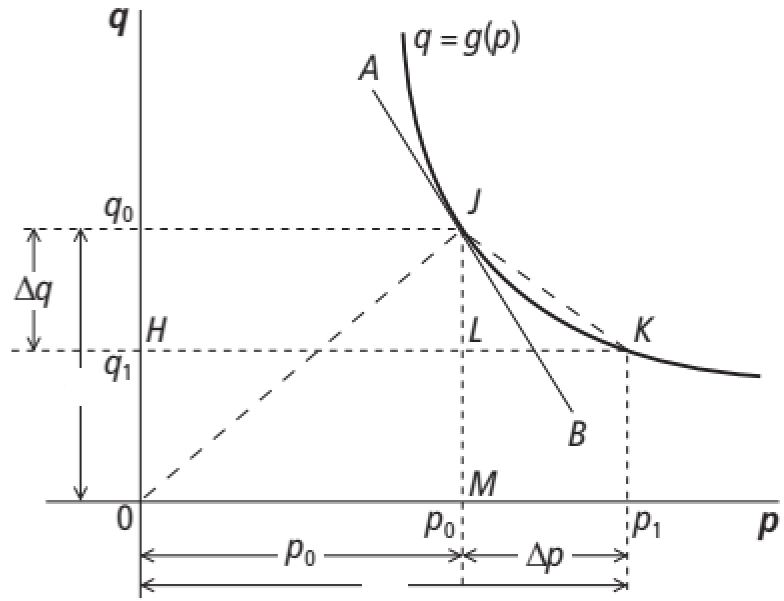
Sostituiamo allora $\frac{\Delta q}{\Delta p}$ con $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}$, ottenendo l'elasticità **del punto**:

$$E^D = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}p}\frac{p_0}{q_0} \qquad \text{Elasticità del punto (Regola 9.5)}$$

La fig. 9.8 mette a confronto le elasticità del punto e dell'arco della domanda.

Da qui in avanti tralasciamo i pedici 0 su *q* e *p*.

Figura 9.8 Confronto fra elasticità dell'arco ed elasticità del punto per la funzione di domanda



L'elasticità del punto della domanda è $E^D \equiv \dfrac{dq/dp}{q_0/p_0} = \dfrac{\text{pendenza della tangente } AB}{\text{pendenza del raggio } 0J}$

L'elasticità dell'arco della domanda è $E_A^D \equiv \dfrac{\Delta q/\Delta p}{q_0/p_0} = \dfrac{\text{pendenza della corda } JK}{\text{pendenza del raggio } 0J}$

Ricavo marginale ed elasticità della domanda

Esiste un'importante relazione fra queste due variabili economiche.

Data una funzione di domanda inversa $p = f(q)$, possiamo scrivere:

$TR = pq = f(q)q$ Quindi, usando la regola di derivazione del prodotto:

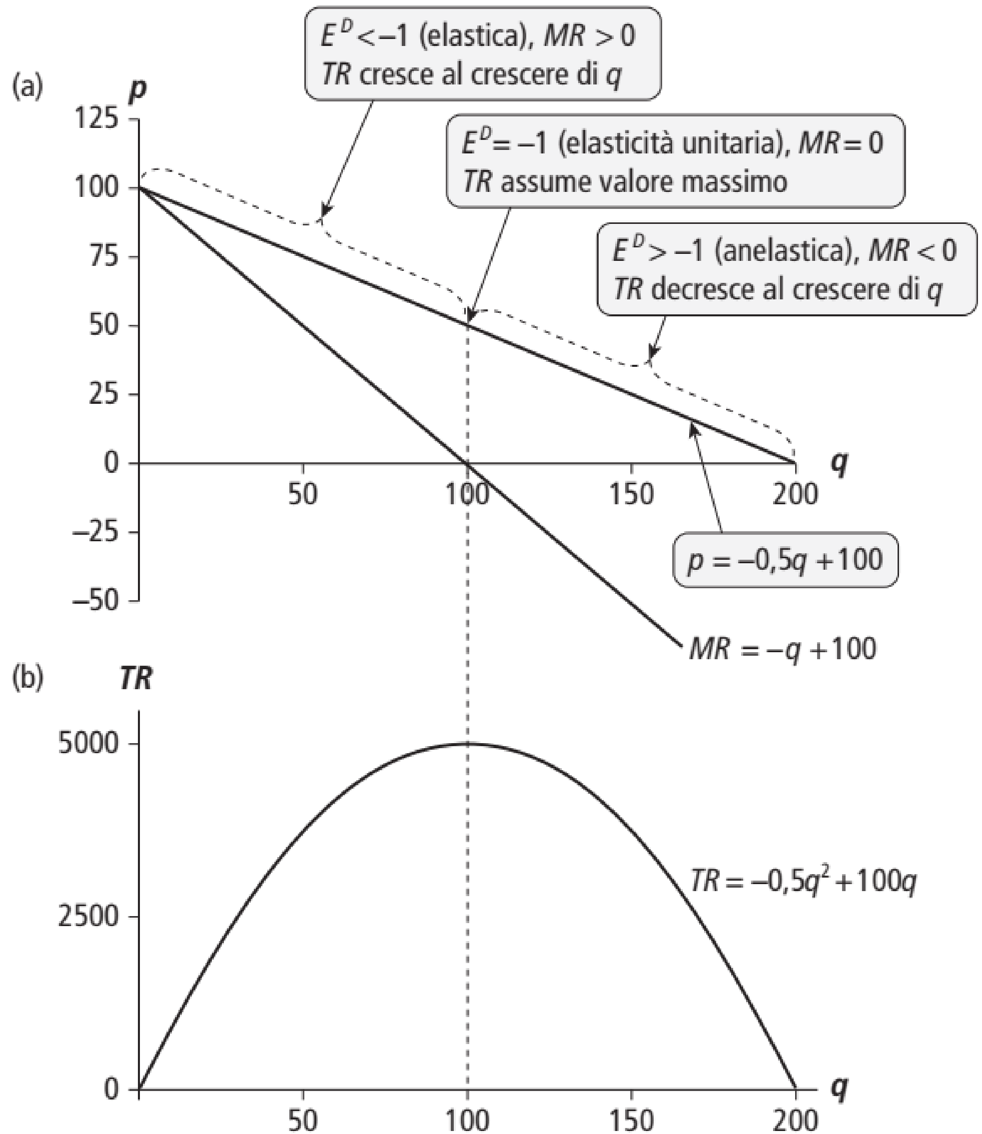
$\frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} = f(q)\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}q} + qf'(\mathrm{q})$ dove $f'(\mathrm{q}) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}q}$ e $\frac{\mathrm{d}TR}{\mathrm{d}q} \equiv MR$

Pertanto: $MR = p + q\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}q} = p\left(1 + \frac{q}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}q}\right) = p\left(1 + \frac{1}{E^D}\right)$ (Regola 9.6)

Ciò significa che $MR = 0$ nel punto in cui $E^D = -1$ (elasticità unitaria)

Esempio: vedi l'Esempio 9.4 e la fig. 9.10.

Figura 9.10 Elasticità della domanda in monopolio, *TR* ed *MR* nel caso di funzione di domanda lineare



Elasticità della domanda in concorrenza perfetta

In concorrenza perfetta, un'impresa può vendere la quantità che desidera al prezzo di mercato corrente $\bar{p}$. Perciò $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}q} = 0$.

Nella Regola 9.6, ciò significa che $MR = \bar{p}$ e che l'elasticità della domanda per il prodotto dell'impresa tende a meno infinito.

Se perciò cerca di vendere a un prezzo $p > \bar{p}$ le sue vendite calano a zero, mentre se cerca di vendere a un prezzo $p < \bar{p}$ le sue vendite tendono a divenire indefinitamente alte.

Elasticità: generalizzazione del concetto

Per una qualsiasi funzione $y = f(x)$ possiamo definire l'elasticità come $\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

Esempio: costo totale $TC = f(q)$; l'elasticità è $\frac{q}{TC}\frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q}$

Ma $\frac{q}{TC}\frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q}$ può venire scritta come $\frac{\frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}q}}{\frac{TC}{q}} = \frac{MC}{AC}$

Perciò, per ogni funzione l'elasticità è $\frac{\text{valore marginale}}{\text{valore medio}}$