

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU)  
24 Settembre 2014

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x - ky + 2kz = 0 \\ x - y + z = 0 \\ kx + ky = 2 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punto)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punto)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita

$$f(x, y, z) = (3x, -7x + 2y, 2x + 3y + 3z)$$

- a) Verificare che  $f$  é lineare (0,5 punti)
- b) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (0,5 punti)
- c) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- d) Calcolare  $\dim \text{Ker} f$ ,  $\dim \text{Im} f$ , una base di  $\text{Ker} f$ , una base di  $\text{Im} f$  (0,5 punti)
- e) Determinare una matrice diagonale simile ad  $M^{B,B}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{B,B}(f)$  (dove  $B$  base canonica) (1 punto)

**Esercizio 3** Discutere al variare di  $\alpha$ , il fascio di coniche  $4y^2 - 6\alpha xy - 2\alpha x - 5 = 0$  (2 punti)

**TEST** Siano date le seguenti matrici  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Dire quali delle seguenti affermazioni risulta VERA :

- A)  $A$  é la matrice di un isomorfismo
  - B)  $A$  e  $B$  sono simili
  - C)  $\rho(B) = 2$
  - D)  $\det(AB) = 4$
- (1 punto)

**Esercizio 5** Scrivere l'equazione di una retta passante per il punto  $P = (1, -1, 6)$  e ortogonale al piano di equazione  $x - 3y + 2z + 1 = 0$ . (1 punto)