

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A  
13 Gennaio 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \\ x + ky + kz = k - 1 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita, rispetto alla base canonica  $C$  nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (5x + 2y - 3z, 3y, 2x + 2y)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- c) Calcolare  $\dim \text{Ker } f$ ,  $\dim \text{Im } f$ , una base di  $\text{Ker } f$ , una base di  $\text{Im } f$  (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad  $M^{C,C}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{C,C}(f)$  (0,5 punti)
- e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi  $E = ((1, 1, 0), (0, 2, 1), (2, 0, 0))$  nel dominio ed  $F = ((0, -1, 0), (0, 3, 1), (-2, 0, 3))$  nel codominio (1 punto).

**Esercizio 3** Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y\}$ , discutere al variare di  $\alpha$ , il fascio di coniche  $y^2 - 4\alpha xy - 6\alpha x - 4 = 0$  (1 punto)

**Esercizio 4** Calcolare il prodotto vettoriale  $\underline{v} \wedge \underline{w}$ , il prodotto scalare  $\underline{v} \cdot \underline{w}$  e il prodotto misto  $\underline{z} \cdot \underline{v} \wedge \underline{w}$ , dove  $\underline{z} = (3, -4, -5)$ ,  $\underline{v} = (1, 1, 0)$  e  $\underline{w} = (3, 1, 1)$ . (1 punto).

**Esercizio 5** Fissato nello spazio un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y, z\}$  provare che i tre punti  $A(1, 2, 1)$ ,  $B = (0, 1, -1)$ ,  $C = (2, 0, 1)$  non sono allineati (0,5 punti)

**Esercizio 6** Data la retta di equazione in forma cartesiana  $x - 3y + 5 = 0$ , scriverne l'equazione in forma parametrica (0,5 punti)