Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A
16 Febbraio 2016

Cognome....................Nome.................

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} 2x + ky + z = k - 1 \\ kx + y = 2k + 5 \end{cases}$$

1)Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1 punto)

2) Trovare le eventuali soluzioni (1 punto)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (3x + y, x + 3y, -x - y + 2z)$$

a) Verificare che f é lineare $(0,5$ punti)
a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
b)Determinare autospazi e una base di autovettori$(0,5$ punti)
c)Calcolare dim Ker$f$, dim Imf, una base di Ker$f$, una base di Imf $(0,5$ punti)
d)Stabilire se è iniettiva, suriettiva, isomorfismo $(0,5$ punti)
e) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad $M^{C,C}(f)$ ed una matrice P che diagonalizza $M^{C,C}(f)$ $(0,5$punti)
f)Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi $E = ((1, 1, 2), (-5, 2, 1), (2, 0, 1))$ nel dominio ed $F = ((2, -1, 0), (0, -3, 1), (-2, 0, 8))$ nel codominio(1punto).

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, stabilire se la conica di equazione $7x^2 + 5y^2 - 6xy + 16\sqrt{2}x + 3y + 15 = 0$ è non degenere e in tal caso classificarne il tipo e trovare la forma canonica (2*punti*)

Esercizio 4Determinare il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \\ -6 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ mediante la tecnica di riduzione (0,5*punti*).

Esercizio 5 Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Determinare la matrice $X \in \mathbb{R}^{2,2}$ soddisfacente la seguente equazione

$$AX + B = C$$

(1*punto*)