

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = e^{2x^3 - 2y^3 + x^2 + 6y}$ , si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
- dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(0, 1)$  nel caso  $v = (1, 1)$ ;
- scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(0, 1, f(0, 1))$ ;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + 5y' + 4y = x - 2 - e^{-x}, (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a  $(\heartsuit)$ ;
- determinare una soluzione particolare di  $(\heartsuit)$ ;
- determinare la soluzione di  $(\heartsuit)$  che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{1}{1 + x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0\}$ .

4. Sia  $\omega(x, y) = 5ax^2y^3 dx + 3x^3y^2 dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui  $w$  è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di  $\omega$ .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-3}{4}\right)^n$ .

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = \arctan(x^3 + 3y^2 - 3x - 6y)$ , si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
- dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(0, -1)$  nel caso  $v = (-1, -1)$ ;
- scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(0, -1, f(0, -1))$ ;
- ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + 3y' + 2y = 3x - 8 + 3e^{-x}, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a  $(\heartsuit)$ ;
- determinare una soluzione particolare di  $(\heartsuit)$ ;
- determinare la soluzione di  $(\heartsuit)$  che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A z \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy dz,$$

nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 1 \leq z \leq 3\}$ .

4. Sia  $\omega(x, y) = \frac{2y}{1 + x^2y^2} dx + \frac{ax}{1 + x^2y^2} dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui  $w$  è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di  $\omega$ .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-5}{2}\right)^n$ .

1. Assegnata la funzione  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$ , si risponda alle seguenti problematiche:

- determinare il dominio  $D$  di  $f$  e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando  $\partial D$ ;
- dire se  $f$  è continua e discutere la differenziabilità;
- calcolare  $\frac{\partial}{\partial v} f(5, 1)$  nel caso  $v = (1, -1)$ ;
- scrivere l'equazione del piano  $\pi$  tangente alla superficie  $z = f(x, y)$  nel punto  $(5, 1, f(5, 1))$ ;
- ricercare (*all'interno del dominio*) gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
- facendo uso del punto precedente, dire se  $f$  è limitata in  $D$ .

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' + 2y' - 3y = x^2 + 3e^{2x}, \quad (\heartsuit)$$

- risolvere l'equazione omogenea associata a  $(\heartsuit)$ ;
- determinare una soluzione particolare di  $(\heartsuit)$ ;
- determinare la soluzione di  $(\heartsuit)$  che soddisfa le condizioni  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A z \cos(x^2 + y^2) \, dx dy dz,$$

nel caso in cui  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq z \leq 2\}$ .

4. Sia  $\omega(x, y) = y \cos^2(xy) \, dx + 3ax \cos^2(xy) \, dy$  una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:

- determinare gli eventuali valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui  $w$  è esatta;
- quando possibile, calcolare un potenziale di  $\omega$ .

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^2 - 4}{5}\right)^n$ .