1. Assegnata la funzione $f(x,y) = e^{\frac{x^3}{3}+2y^3-2x^2-12y^2}$, si risponda alle seguenti problematiche:

   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(2,1)$ nel caso $v = (1,1)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(2,1,f(2,1))$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 3y = x^2 + e^x, \ (\heartsuit)$$

   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\heartsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\heartsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\heartsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\iiint_A \frac{z}{1+x^2+y^2}\, dxdydz,$$

   nel caso in cui $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2 \leq 4, \ 1 \leq z \leq 2\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = ye^{xy}\, dx + xe^{xy}\, dy$ una forma differenziale. Calcolare $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = \big(\lg(1+t), t^3 - t\big)$, $t \in [0,1]$.

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$.

Cognome e Nome..............................

1. Assegnata la funzione $f(x,y) = \arctan(3x^4 + y^3 + 4x^3 + 6y^2)$, si risponda alle seguenti problematiche:
   - determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, chiuso, limitato o non limitato, esplicitando ∂D;
   - dire se f è continua e discutere la differenziabilità;
   - calcolare $\dfrac{\partial}{\partial v} f(1,0)$ nel caso $v = (2,1)$;
   - scrivere l'equazione del piano π tangente alla superficie $z = f(x,y)$ nel punto $(1, 0, f(1,0)$;
   - ricercare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto;
   - facendo uso del punto precedente, dire se f è limitata in D.

2. Assegnata la seguente equazione differenziale
$$y'' - y' - 2y = x - 7 + e^{3x}, \ (\heartsuit)$$
   - risolvere l'equazione omogenea associata a $(\heartsuit)$;
   - determinare una soluzione particolare di $(\heartsuit)$;
   - determinare la soluzione di $(\heartsuit)$ che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3. Calcolare il seguente integrale
$$\iiint_A \frac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dxdydz,$$
nel caso in cui $A = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \right\}$.

4. Sia $\omega(x,y) = \dfrac{3x}{1+x^2+y^2} \, dx - \dfrac{ay}{1+x^2+y^2} \, dy$ una forma differenziale. Affrontare le seguenti problematiche:
   - determinare gli eventuali valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui w è esatta;
   - quando possibile, calcolare un potenziale di ω.

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} x^n$.

Cognome e Nome. . . . .