

# Nome insegnamento

## MODELLI COSTITUTIVI E NUMERICI PER L'INGEGNERIA

<b>Dipartimento:</b>	Ingegneria Civile, dell'Energia, dell'Ambiente e dei Materiali (DICEAM)
<b>Corso di laurea:</b>	Magistrale in Ingegneria Civile
<b>Classe:</b>	LM-23
<b>Attività formativa:</b>	Affine
<b>Ambito disciplinare:</b>	Matematica
<b>Settore Scientifico-Disciplinare:</b>	MAT/07
<b>Numero di Crediti Formativi Universitari:</b>	6
<b>Propedeuticità obbligatorie:</b>	-
<b>Anno di corso:</b>	1°
<b>Semestre:</b>	1°
<b>Ore di insegnamento:</b>	48 (di cui lezioni 32, esercitazioni 16)
<b>Modalità di esame:</b>	prova scritta, prova orale e prova pratica
<b>Titolari del corso:</b>	Prof. Pasquale Giovine, Dott. Antonino Amoddeo

### RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI

#### **Conoscenza e capacità di comprensione**

Acquisizione di specifiche competenze teoriche e operative. Conoscenza dei modelli e dei metodi per analizzare il comportamento termomeccanico dei sistemi, ad un numero finito o infinito di gradi di libertà, liberi e vincolati. Riconoscere e trattare qualitativamente modelli differenziali.

#### **Capacità di applicare conoscenza e comprensione**

Acquisizione di specifiche competenze applicative. Trattazione di metodologie utili allo studio ed alla formalizzazione matematica di varie classi di fenomeni fisici d'interesse interdisciplinare e rilevanti per le applicazioni dell'ingegneria. Capacità di trasformare un problema fisico in uno matematico e, dopo averlo risolto anche numericamente, di interpretarne fisicamente il risultato, discutendone i risultati. Combinare un insieme di conoscenze metodologiche nell'ambito della matematica numerica con un insieme di abilità informatiche relative all'uso di un linguaggio di programmazione versatile ed efficace, quale il MatLab<sup>R</sup> e/o il Comsol<sup>R</sup>.

#### **Autonomia di giudizio**

Valutazione e interpretazione dei risultati nell'ambito della termodinamica del continuo, come della matematica applicata alla fisica. Valutazione e validazione di un modello matematico.

#### **Abilità comunicative**

Comunicazione verbale e scritta, elaborazione e presentazione di problemi, capacità di lavorare in gruppo, trasmissione e divulgazione dell'informazione su temi propri della meccanica teorica ed applicata, usando il linguaggio specifico della disciplina. Elaborazione e presentazione di problemi, capacità di lavorare in gruppo, trasmissione e divulgazione di informazioni usando il linguaggio specifico della disciplina.

#### **Capacità d'apprendimento**

Alla fine del corso lo studente saprà affrontare e risolvere numerosi problemi legati al moto dei sistemi continui, come anche al loro equilibrio; inoltre avrà acquisito le nozioni generali sulle equazioni differenziali alle derivate parziali ed alcune metodologie per la risoluzione delle stesse. Inoltre saprà creare un modello matematico di un sistema fisico attraverso l'individuazione delle variabili di stato e la successiva derivazione di un'equazione di evoluzione, il cui problema sarà risolto mediante gli opportuni metodi numerici.

## **Programma dettagliato**

### **1. Operatori matriciali su vettori (0,8 crediti)**

Operatori matriciali e componenti cartesiane - Operatore identità - Simboli di Kronecker e di Levi-Civita: proprietà e relazioni - Prodotto di uno scalare per un operatore matriciale - Somma di due operatori - Prodotto di due operatori - Operatore trasposto - Traccia di un operatore - Determinante di un operatore: espressione del determinante nel caso di  $n = 3$  - Operatore inverso - Operatore complementare - Alcune identità notevoli degli operatori matriciali: alcune identità notevoli nel caso  $n = 3$  - Prodotto scalare fra operatori - Operatori simmetrici e antisimmetrici: vettore duale associato ad un operatore antisimmetrico, parti simmetrica e antisimmetrica di un operatore - Parte deviatorica ed isotropa di un operatore - Operatore di rotazione - Trasformazioni di similitudine ortogonali: invarianti principali di un operatore - Autovalori ed autovettori di un operatore: autovalori ed invarianti delle potenze di un operatore, autovalori ed autovettori per operatori simmetrici, diagonalizzazione di un operatore, teorema di Hamilton-Cayley, relazioni tra invarianti e derivate degli invarianti principali nel caso  $n = 3$  - Prodotto tensoriale: rappresentazione semi-cartesiana di un operatore, autovalori ed autovettori di un prodotto tensoriale nel caso  $n = 3$  - Operatori definiti di segno: criterio di Sylvester, operatore radice quadrata di un operatore definito positivo (s.d.) - Teorema Polare

### **2. Deformazione, cinematica e forze agenti su un corpo continuo (0,7 crediti)**

Configurazione di un continuo - Operatore gradiente di deformazione - Operatori di deformazione - Operatore della deformazione inversa - Coefficiente di dilatazione lineare - Scorrimenti - Coefficiente di dilatazione superficiale - Coefficiente di dilatazione di volume - Corpi incompressibili - Deformazione omogenea - Piccole deformazioni - Velocità ed accelerazione - Operatore gradiente di velocità - Forze in un continuo - Tensore degli sforzi e teorema di Cauchy

### **3. Leggi di bilancio e principi costitutivi generali in meccanica dei continui (0,8 crediti)**

Legge di conservazione della massa: formulazione lagrangiana, formulazione euleriana - Equazioni cardinali: condizioni al contorno - Principio dei lavori virtuali - Leggi generali di bilancio: teorema del trasporto, legge di bilancio dell'energia, leggi di bilancio della termomeccanica in forma euleriana, invarianza galileiana (facoltativo), formulazione lagrangiana delle leggi di bilancio, legge di bilancio della quantità di moto in forma lagrangiana e primo tensore di Piola-Kirchhoff, condizioni al contorno in variabili lagrangiane, legge di bilancio dell'energia in variabili lagrangiane - Interpretazione fisica del tensore di Piola-Kirchhoff, secondo tensore di Piola-Kirchhoff, potenza delle forze interne in termini dei tensori di Piola-Kirchhoff - Esempi di tensore degli sforzi di Cauchy: pressione, tensione semplice, taglio semplice - Principi generali per le leggi costitutive: il principio di indifferenza materiale, il principio di entropia

### **4. Elasticità e termoelasticità. Fluidi. Conduttore rigido di calore (0,7 crediti)**

Corpi elastici: conseguenze del principio di indifferenza materiale nel caso elastico - Corpi termoelastici: principi di indifferenza materiale in termoelasticità, equazioni di campo della termoelasticità, conseguenze del principio di entropia in termoelasticità, materiali isotropi - Principio di dissipazione in elasticità: elasticità non lineare unidimensionale - Elasticità lineare: equazioni dell'elasticità lineare isotropa - Fluidi ideali ed equazioni di Eulero: condizioni al contorno nel caso di fluidi ideali, lavoro delle forze interne in un fluido ideale - Fluidi dissipativi di Fourier-Navier-Stokes - Principio di entropia per un fluido - Alcuni casi particolari di fluidi: fluidi di Fourier-Navier-Stokes incompressibili, fluidi di Eulero compressibili ed equazioni linearizzate - Equazioni dei fluidi nella formulazione Lagrangiana

**5. La modellazione matematica (0.7 crediti).** Richiami e sui comandi fondamentali di MatLab<sup>R</sup> e sui principali costrutti sintattici. La modellazione matematica. Definizione e classificazione dei modelli matematici: variabili di stato, equazioni di stato, parametri e stocasticità. Metodi di modellazione. Validazione dei modelli matematici. Modelli continui: come modellare. Vibrazioni di una corda elastica. Classificazione: equazioni iperboliche, paraboliche ed ellittiche. Formulazione matematica del problema.

**6. Conduzione del calore e metodo alle differenze finite (1.1 crediti).** Conduzione del calore e diffusione, inclusi i mezzi porosi. Differenze finite, approssimazione delle derivate, metodi di Eulero in avanti, introduzione alla stabilità, consistenza, convergenza. Problemi ai valori al contorno. Metodo di Eulero all'indietro. Diffusione stazionaria. Programmi scientifici MatLab<sup>R</sup> e/o Comsol<sup>R</sup>.

**7. Metodo agli elementi finiti (FEM) (1.2 crediti).** Integrazione numerica: regola del rettangolo, del trapezio, di Simpson. Moti assiali delle sbarre. Il FEM per le equazioni differenziali ordinarie (ODE): forma debole, metodo dei residui pesati, metodo di Galerkin. Problemi tempo-dipendenti. Modelli di simulazione in Biologia. Modelli di flussi di materiali granulari. Applicazioni MatLab<sup>R</sup> e/o Comsol<sup>R</sup>.

**Metodi di accertamento e valutazione:**

L'esame si svilupperà attraverso lo svolgimento di una prova scritta, dall'esito vincolante alla successiva prova orale. La prova scritta consta di due quesiti sul Calcolo tensoriale e sulla Termo-Meccanica dei corpi continui. La prova orale verte invece su una discussione dei fondamenti teorici necessari alla risoluzione degli stessi problemi. E' previsto lo svolgimento di una prova pratica volta ad accertare il grado di padronanza degli strumenti numerici necessari alla risoluzione di problemi.

**Testi consigliati**

1. T. Ruggeri: Introduzione alla Termomeccanica dei Continui, Monduzzi editore, Bologna, 2<sup>^</sup> ed., 2013.
2. N. Bellomo, L. Preziosi: Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation, CRC Press, Boca Raton, 1995.
3. B. D'Acunto: Computational Partial Differential Equations for Engineering Science, Nova Science Publishers, Inc., New York, 2012.

**Altri testi**

4. A. Quarteroni, F. Saleri, P. Gervasio: Calcolo Scientifico, Springer, Milano, 2012.
5. S. J. Farlow: Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Dover (New York).
6. S. Salsa, F. Vegni, A. Zaretti, P. Zunino: Invito alle Equazioni a Derivate Parziali, Springer Italia, 2009.