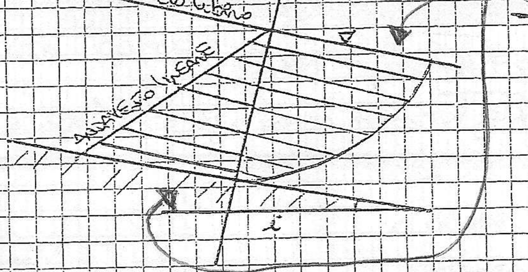
Lezione n° 22 esercizio.

Lezione n° 23 — 10/05/2011

Correnti a pelo libero

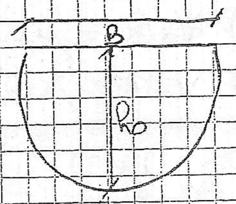
Per corrente a pelo libero si intende una corrente idrica che percorre corsi d'acqua naturali come fiumi, torrenti quindi corsi d'acqua naturali o canali artificiali come canali di fognatura o di irrigazione; la caratteristica di queste correnti è di avere la parte superiore a contatto con un gas (in generale con l'aria) per cui la superficie libera è una superficie isobarica ovvero a pressione costante. Per la trattazione delle correnti a pelo libero si fanno due importanti ipotesi:

① Correnti lineari → traiettorie sensibilmente rettilinee e parallele. Questa ipotesi porta una importante conseguenza, cioè che la distribuzione delle pressioni sia di tipo idrostatico, quindi vale la legge di Stevino.



— distribuzione delle pressioni (idrostatico)

— distribuzione delle velocità



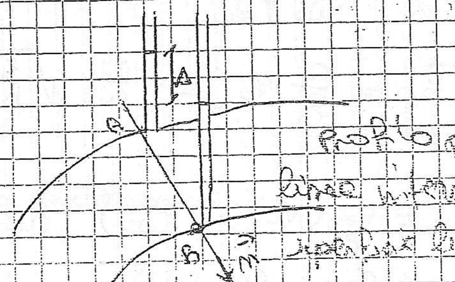
Sezione trasversale piana

B = intersezione sez. trasversale con la superficie libera

h_0 = altezza moto uniforme

Se le traiettorie non sono rettilinee bisogna considerare il contributo dell'accelerazione centripeta quindi il carico nel punto A non è uguale al carico nel punto B, in particolare si ha:

$$h_A = h_B + \int_A^B \frac{V^2}{gr}\, dr$$



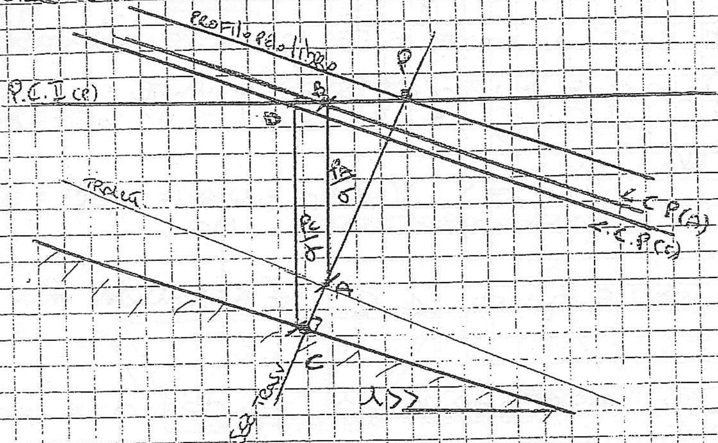
Profilo pelo libero: linea intersezione della superficie libera ed il piano della traiettoria centrale

dire quindi che le traiettorie sono rett. e // vuol dire il raggio di curvatura se ne va all'infinito per cui se $r \to \infty \Rightarrow h_A = h_B$.

La conseguenza di avere delle traiettorie rett. e // è che la generica sezione trasversale è una sezione piana; il profilo del pelo libero è dato dall'intersezione di un piano verticale che contiene la generica traiettoria e la superficie libera.

② Pendenza i molto piccola;

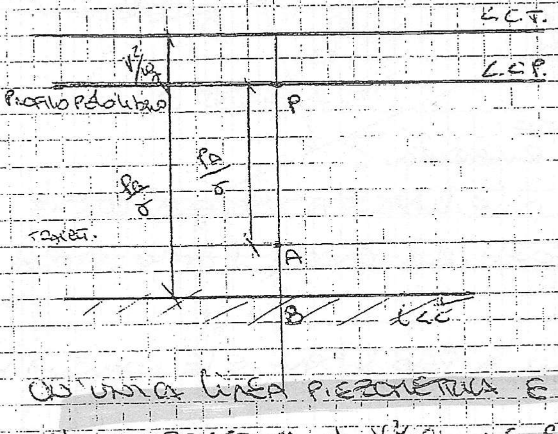
Consideriamo un alveo con i molto grande e una sezione trasversale generica perpendicolare al fondo, consideriamo un punto P sul profilo del pelo libero in cui la pressione è nulla e tracciamo il P.C.I. di P che è una linea orizzontale. Consideriamo ora una generica particella A che si muove lungo una generica traiettoria



e traccio l'altezza piezometrica (affondamento del punto rispetto al P.C.I.) del punto A, e chiamo il punto B e quindi traccio la linea dei carichi piezometrici. Consideriamo adesso un'altra particella C che si muove lungo il fondo e tracciamo l'altezza piezometrica, e quindi la linea dei carichi piezometrici, relativi al punto C. Quindi abbiamo tante linee dei carichi piezometrici quante sono le traiettorie considerate, ovviamente alle linee dei carichi piezometrici attraverso Bernoulli si associano delle linee dei carichi totali:

$$H = h + V^2/2g$$

Per cui la conseguenza di avere una pendenza molto piccola è che il profilo del pelo libero è contenuto all'interno del piano dei carichi idrostatici, per cui la linea dei carichi piezometrici coincide col profilo del pelo libero ed è anch'essa contenuta all'interno del piano dei carichi idrostatici.



Quindi la conseguenza è che si ha un'unica linea piezometrica e un'unica linea dei carichi totali, distante dalla piezometrica di $V^2/2g$ che rappresentano l'intera corrente (nelle condotte consideriamo 1 L.C.P. e 1 L.C.T. perché ci riferiamo all'asse della condotta).

- Le altezze vengono misurate dal fondo dell'alveo;

nel caso in cui il moto è uniforme $h_0 = \text{cost}$ quindi i caratteri cinematici del moto non variano né nel tempo né nello spazio.

$A = A(h)$

in più se h_0 = cost e l'alveo è cilindrico allora A_0 = cost e il profilo del pelo libero sarà parallelo al fondo del canale.

cilindrico = forma costante (regolare)

Essendo Q costante per moto uniforme e per moto permanente (in Q varia solo nel moto vario), anche la velocità sarà costante:

$$Q = V \cdot A \quad \text{con } Q = Q_0 = \text{cost}, \; A = A_0 = \text{cost} \Rightarrow V = V_0 = \frac{Q_0}{A_0} = \text{cost}$$

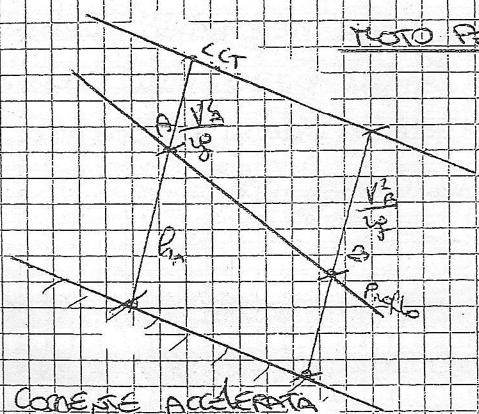
e quindi anche $\frac{V_0^2}{2g}$ = cost e quindi L.C.T è parallela alla L.C.P. e parallela al fondo.

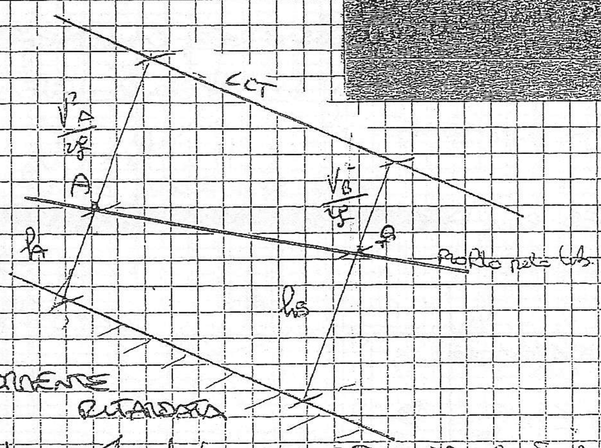
Quindi se con i indichiamo la pendenza del fondo (ovvero di quanto si abbassa il fondo rispetto all'orizzontale) e con J la cadente piezometrica (ovvero di quanto si abbassa la L.C.P rispetto all'orizzontale) possiamo dire che $\boxed{i = J}$

[redacted]

MOTO PERMANENTE → si ha quando interviene una causa esterna che va ad alterare il profilo del pelo libero

[redacted]





Si hanno due profili di correnti a pelo libero a seconda che il profilo si avvicini o si allontani al fondo del canale (stando sempre in condizioni di moto permanente).

Ci sono 2 differenze tra le correnti a pelo libero e le correnti in pressione:

1) il moto uniforme nei canali è una eccezione nelle condotte è una norma,
2) propagazione delle perturbazione → organo di regolazione

non si propaga ... a variazione del profilo del pelo libero ...

corrente a pelo libero — condotta

celerità e funzione del tirante idrico — moto vario e celerità = 1000 m/s

in pressione

Chezy e scala delle portate

[illegible]

$$V_0 = C_0 \sqrt{R_0 J}$$

$$*Q = A_0 \cdot V_0 = A_0 C_0 \sqrt{R_0 \cdot i} \qquad Q = Q(h_0)$$

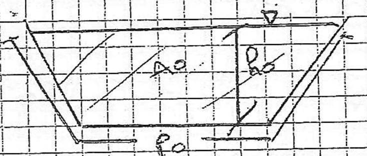
$$C_0 = \begin{cases} \xrightarrow{\text{Bazin}} \dfrac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \\ \xrightarrow{\text{Strickler}} K \cdot R^{1/6} \\ \xrightarrow{\text{Kutter}} \dfrac{100}{1+\frac{m}{\sqrt{R}}} \\ \xrightarrow{\text{Colebrook o Moody}} \sqrt{\dfrac{8g}{\lambda}} \end{cases}$$

R_0 = raggio idraulico = $\dfrac{\text{area}}{\text{perimetro bagnato}} = \dfrac{A_0}{P_0}$

$i = J$

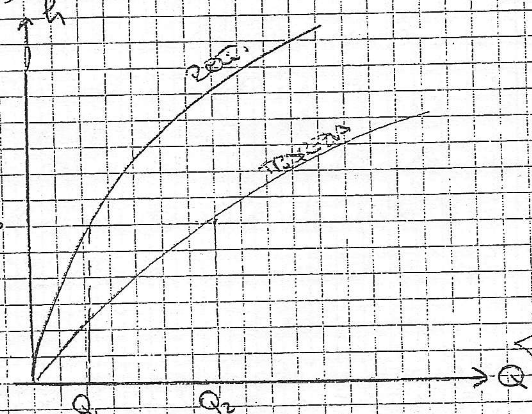
C_0 funzione di h_0

Ad es.:



Verifica dei canali si usa la [illegible] poiché [illegible]

La portata è funzione dell'altezza di moto uniforme $Q = Q(h_0)$, per cui esiste un legame tra le portate e le altezze che si chiama scala delle portate; questo legame si può rappresentare tramite una curva.

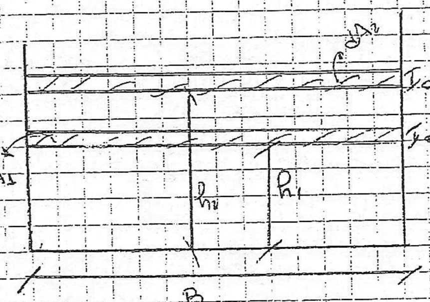


Ci serve per la verifica dei canali: quando si misura h_0 si entra nel diagramma e si valuta la portata corrispondente;

A seconda della forma dei canali avremo diverse curve.

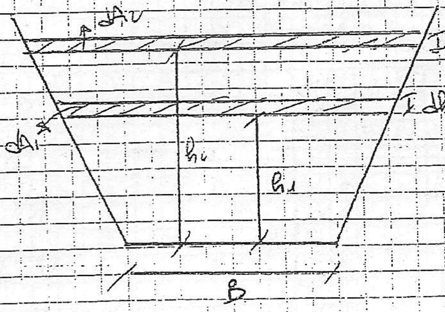
× sezioni [illegible] a portata [illegible] cresce + [illegible] raggio idraulico.

Sezione rettangolare

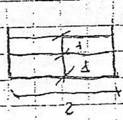


$dA_1 = dA_2$

Sezione trapezia



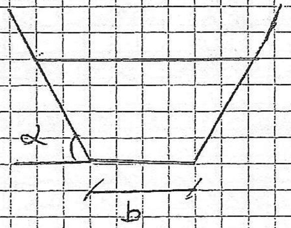
$dA_1 < dA_2$

Se 
$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{1\cdot 2}{2+1+1} = 0{,}5 \\ R_2 &= \frac{2\cdot 2}{2+2+2} = 0{,}66 \end{aligned}\right\}$$ il raggio idraulico cresce sempre (ecco perché la curva è + alta)

Nella sezione trapezia il raggio idraulico cresce più velocemente perché se considero una altezza h_1 si avrà un incremento dh_1 di area infinitesima dA_1

Se considero un'altra altezza h_2 si avrà un incremento dh_2 con un'area dA_2; queste aree infinitesime proprio a causa della presenza delle sponde non sono uguali come nel caso di sezione rettangolare, ecco perché la scala delle portate nel caso di sezione trapezia è una curva più arrotondata rispetto a quella della sezione rettangolare, questo vuol dire che a parità di h_0 si ha una $Q_2 > Q_1$.

APPLICAZIONE 1): Costruzione scala delle portate con indice di resistenza noto nel caso di moto uniforme



K, i, α noti

da Chezy $\rightarrow Q = A_0 C_0 \sqrt{R_0 \, i}$

$A_0 = \left(\frac{b+B}{2}\right) \cdot h_0$

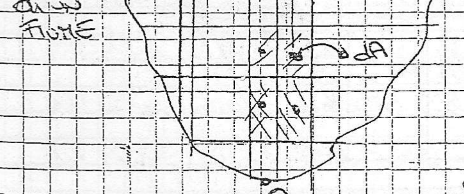
$B = b + 2\left(\frac{h_0}{tg\alpha}\right)$

h_0 (m)	B	A	P_0	R_0	C_0	Q
0,5	-	- -	-	-	-	
1	-	-	-	-		
1,5						
2						
⋮						

h_0 = ne impongo un valore iniziale e un passo e poi calcolo il resto.

Quindi per punti (per diversi valori di h) costruiamo la curva

APPLICAZIONE 2): Costruzione scala delle portate nel caso di moto non uniforme, nel caso di moto permanente, attraverso una relazione sperimentale



- Si possono leggere i diversi livelli del tirante attraverso delle aste graduate (idrometri); si divide l'area in sottoaree all'interno delle quali si inseriscono degli strumenti di misura (mulinelli che misurano la velocità puntuale), quindi

$dQ = V \cdot dA$

$Q = \int_A V \, dA$

Q_0 = corrisponde allo zero dell'idrometro quindi è nulla se è posto sul fondo (punto più depresso della sezione)

La relazione sperimentale che meglio rappresenta questo modello matematico è:

$Q = Q_0 + a h^m$ con a, m = costanti

m → dip. dalla geometria del canale

Q_0 → può esserci o meno a seconda che l'asta sia posta sul fondo o meno

a → dipende dalla pendenza e dalla scabrezza del fondo

DIMENSIONAMENTO CANALI

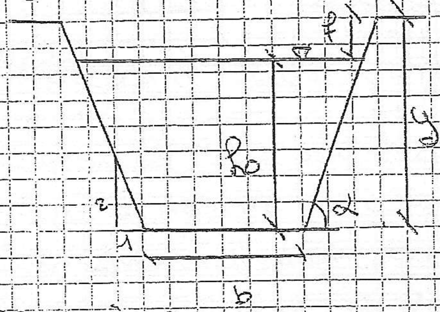
BISOGNA TROVARE L'ALTEZZA h AVENDO A DISPOSIZIONE IL VALORE DELLA PORTATA Q.

$$Q = A_0 C_0 \sqrt{R_0 \cdot i}$$

→ SOLITAMENTE È 1 DATO PERCHÉ SEGUE LA i DEL FONDO

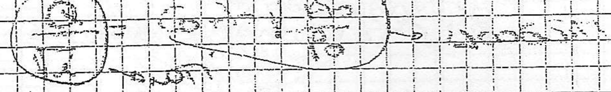
IL DIMENSIONAMENTO È MOLTO PIÙ COMPLESSO DELLA VERIFICA

ES: SEZIONE TRAPEZIA.



$$C_0 = K R^{1/6}$$

FORTI INCERTEZZE PERCHÉ L'INDICE DI SCABREZZA NON È UNA COSTANTE MA VARIA NEL TEMPO SPECIALMENTE NEI CANALI NATURALI (AD ES: LA VEGETAZIONE CHE CRESCE LUNGO LE SPONDE).



PER CUI:

$$y = h_0 + f$$

f → FRANCO DI SICUREZZA CHE TIENE CONTO DELL'INCERTEZZA DEL K.

→ 10-15 cm
MA ANCHE 1 m NEI GROSSI CANALI

BISOGNA SCEGLIERE LA BASE b CHE NON PUÒ ESSERE TROPPO PICCOLA PERCHÉ ALTRIMENTI SI AVREBBERO GROSSE OSCILLAZIONI DI h E QUESTO SALI E SCENDI IN UN CANALE IN TERRA POTREBBE ERODERE LE SPONDE; SI POSSONO AVERE DUE SITUAZIONI A PARITÀ DI AREA. NELLA 1ª DEVO SCAVARE MOLTO E QUINDI QUESTO COSTA DI PIÙ RISPETTO AD UNO SCAVO SUPERFICIALE, DI CONTRO AVERE UNA b GRANDE CHE CI COSTA MENO DI SCAVO CI COSTA PIÙ DI ESPROPRIO DI TERRA; FACENDO CONSIDERAZIONI DI TIPO IDRAULICO SI VA A SCEGLIERE QUELLA FORMA DEL CANALE CHE HA UN VALORE MINIMO DEL PERIMETRO BAGNATO P_0 (MAX RAGGIO IDRAULICO) E DI CONSEGUENZA UN VALORE DI RESISTENZA PIÙ PICCOLO (GLI SFORZI TANGENZIALI DI PENDOLO DALLA SUPERFICIE LATERALE), PER CUI LA VELOCITÀ (ESSENDO LA RESISTENZA MINORE) PUÒ ESSERE MAGGIORE E QUINDI NEL CANALE POSSONO TRANSITARE PORTATE MAGGIORI (ANCHE SE COSÌ POTREBBERO ESSERCI SEMPRE PROBLEMI DI EROSIONE SE IL CANALE NON È RIVESTITO, VEDI FOTOCOPIA FINE QUADERNO).

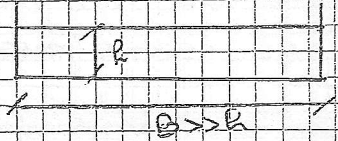
A PARITÀ DI AREA

SE LA VELOCITÀ È MOLTO PICCOLA SI POSSONO VERIFICARE PROBLEMI DI SEDIMENTAZIONE DEL MATERIALE SOLIDO TRASPORTATO CON CONSEGUENTE PARZIALIZZAZIONE DELLA SEZIONE, SE LA VELOCITÀ È MOLTO ALTA SI POSSONO VERIFICARE PROBLEMI DI EROSIONE.

VANNO DIMENSIONATE POI LE SPONDE DEL CANALE IN RELAZIONE ALLA COESIONE DEI MATERIALI SCELTI PER LA LORO REALIZZAZIONE (FOTOCOPIE FINE QUADERNO)

E QUINDI DAL TIPO DI TERRENO; SE IL CANALE È RIVESTITO IN CALCESTRUZZO SI PUÒ REALIZZARE ANCHE UN ALVEO RETTANGOLARE $\square$ SE CI SONO ALTRI MATERIALI (TERRENO POCO LEGATE) SI DEVE SCEGLIERE LA SCARPATA IN BASE ALLA FOTOCOPIA.

• NEL CASO IN CUI ABBIAMO UN CANALE RETTANGOLARE CON LA BASE MOLTO MAGGIORE DI h IL DIMENSIONAMENTO DIVENTA PIÙ SEMPLIFICATO:



$$Q = A_0 C_0 \sqrt{R_0 i}$$

$$R_0 = \frac{\cancel{B} \times h}{\cancel{B} + \cancel{2h}} \cong h$$

$2h$ → PICCOLO SI PUÒ TRASCURARE RISPETTO A B

$$C_0 = K \cdot R_0^{\frac{1}{6}} = K\, h_0^{\frac{1}{6}} = \bar{K}$$

← NON È PIÙ VARIABILE È UNA COSTANTE XKÈ SE h E h SONO PICCOLE NON INCIDONO PIÙ O MEGLIO INCIDONO POCO SULLE RESISTENZE

QUINDI:

$$Q = \bar{K} B \cdot h_0\, h_0^{\frac{1}{2}}\, i^{\frac{1}{2}} = A \cdot h^{\frac{3}{2}}$$

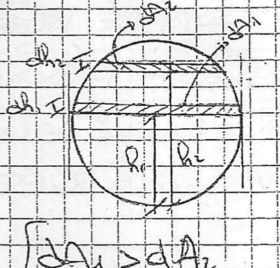
A ↓ RAGGRUPPO TUTTI I TERMINI COSTANTI

← SE RIPRENDO LA FORMULA SPERIMENTALE: $Q = a h^m$ ABBIAMO CHE $m = \frac{3}{2}$

[illegible]

VERIFICA DEI CANALI NEL CASO DI SEZIONI CHIUSE →

ABBIAMO VISTO QUAL È L'ANDAMENTO DELLA SCALA DELLE PORTATE NELLE SEZIONI APERTE E ANDIAMO ADESSO A VEDERE COSA SUCCEDE NELLE SEZIONI CHIUSE AD ESEMPIO I CANALI PER LE FOGNATURE; ABBIAMO VISTO COME IL RAGGIO IDRAULICO CRESCE IN MANIERA DIVERSA SE LA SEZIONE È RETTANGOLARE O TRAPEZIA; CONSIDERIAMO UNA SEZIONE CIRCOLARE CHIUSA: IL RAGGIO IDRAULICO CRESCE FINO AD UN CERTO PUNTO E POI INIZIA A DIMINUIRE, VEDIAMO PERCHÉ? SE CONSIDERO UNA CERTA ALTEZZA IDRICA h_1 A QUESTA CORRISPONDERÀ UN INCREMENTO dh_1 E QUINDI INCREMENTO INFINITESIMO DI SUPERFICIE PARI A dA_1, SE CONSIDERO UNA SECONDA ALTEZZA IDRICA $h_2 > h_1$ PER UNO STESSO INCREMENTO $dh_2 = dh_1$ SI AVRÀ UN INCREMENTO DI SUPERFICIE INFINITESIMO dA_2 CHE SARÀ MINORE DI dA_1. QUINDI OLTREPASSATA UNA CERTA SOGLIA, PER VALORI CRESCENTI DI ALTEZZE IDRICHE IL RAGGIO IDRAULICO INIZIA A



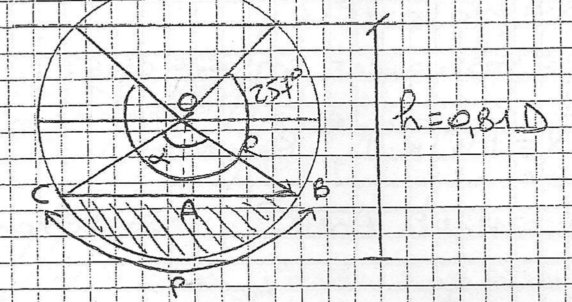
$$\begin{cases} dA_1 > dA_2 \\ h_1 < h_2 \end{cases}$$

DIMINUISCE E di conseguenza dalla legge di Chezy diminuisce anche la velocità nonostante le altezze idriche crescano. 93

$V = C\sqrt{Ri}$

$Q = V \cdot A$ ← ma la portata aumenta, V e Q non seguono lo stesso andamento perché la velocità segue R, la portata segue il prodotto $V \cdot A$ x cui all'aumentare dell'altezza h aumenta A

① Valore di h per cui $R_0 = MAX$



Immaginiamo di avere una sezione circolare e abbiamo una certa altezza idrica individuata attraverso l'angolo al centro α; sia R il raggio del cerchio, l'arco $\overset{\frown}{CB}$ il perimetro bagnato e la parte tratteggiata l'area bagnata

$P = R \cdot \alpha$ con α in radianti

$A = A_{settore\ circolare} - A_{triangolo}$

$A_{sett.\ circolare} = \frac{1}{2} R^2 \alpha$ con $\overline{OA} = R \cos \alpha/2$

$\overline{AB} = R \sin \alpha/2$

$A_{triangolo} = \frac{AB \times OA}{2} =$

$= \underset{\uparrow}{2} \left(\frac{1}{2} R^2 \sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2 \right)$ ma $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \frac{2\alpha}{2} = \sin \alpha$

i triangoli rett. sono 2

per cui:

$A_{triangolo} = \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha$

$A = \frac{1}{2} R^2 \alpha - \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin \alpha)$

$R_0 = \frac{A}{P_0} = \frac{\frac{1}{2} R^{\cancel{2}} (\alpha - \sin \alpha)}{\cancel{R} \alpha}$ → per vedere dove il raggio idraulico assume il suo valore massimo si deve vedere dove il rapporto assume il valore minimo

quindi

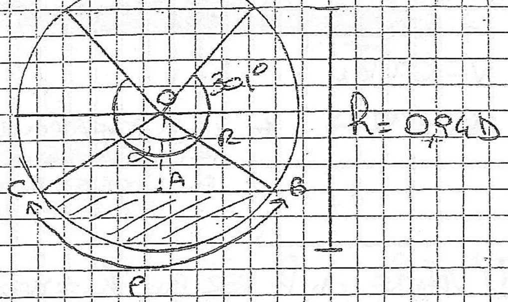
$\frac{d}{d\alpha} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha \cdot \alpha - \sin \alpha}{\cancel{\alpha^2}} = 0$

$\cos \alpha \cdot \alpha - \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = tg\, \alpha$

con $h = 0,81 D$

con $\alpha = 257°$ con α in rad

② Valore di h per cui $Q = max$



$P_0 = R \cdot \alpha$

$A_0 = \frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin\alpha)$

$R_0 = \frac{A_0}{P_0}$

$Q = A_0 C_0 \sqrt{R_0 i}$

che posso anche scrivere come:

$Q = A_0 \cdot K \cdot R_0^{\frac{1}{6}} \cdot R_0^{\frac{1}{2}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$

$Q = K \cdot i^{\frac{1}{2}} \cdot A_0 \cdot R^{\frac{2}{3}}$ sostituisco a $R_0 = \frac{A_0}{P_0}$

$Q = K \cdot i^{\frac{1}{2}} A_0 \cdot \left(\frac{A_0}{P_0}\right)^{\frac{2}{3}}$

* Si parte da livello con cui R è tg al contorno delle [illegible] verticali, e approssimandosi alla sommità il doppio [illegible] contorno è diminuito.

Quindi:

$Q = K \cdot i^{\frac{1}{2}} A_0^{\frac{5}{3}} \cdot P^{-\frac{2}{3}}$ sostituisco i valori trovati in precedenza

$Q = K \cdot i^{\frac{1}{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin\alpha) \right]^{5/3} \cdot (R\alpha)^{-\frac{2}{3}} \right\}$

A meno di K e di i la portata sarà massima quando il termine tra parentesi graffa sarà massimo e quindi quando:

$(\alpha - \sin\alpha)^{5/3} \cdot \alpha^{-2/3} = max$

$\left(\frac{\alpha - \sin\alpha}{\alpha^{2/5}} \right)^{5/3} = max$ $\qquad \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$

* Anche a Q_{max} bisogna [illegible] il contorno [illegible] si preferisce [illegible] per evitare [illegible] è maggiore [illegible] nel senso del pelo libero e a volte

$\left(\frac{\alpha - \sin\alpha}{\alpha^{2/5}} \right) = max$ ← se è massimo elevato 5/3 sarà max anche questo

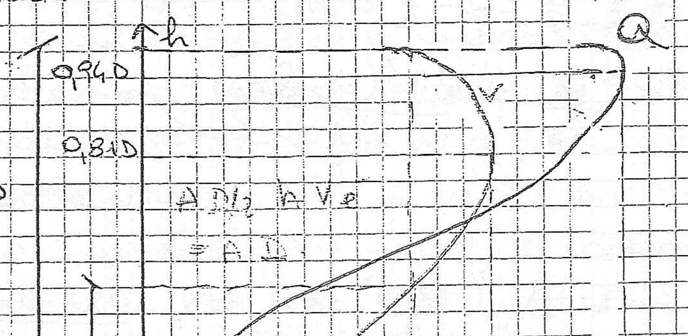
quindi:

$\alpha^{\frac{3}{5}} - \sin\alpha \cdot \alpha^{-\frac{2}{5}} = max$

$\frac{d}{d\alpha}\left(\alpha^{\frac{3}{5}} - \sin\alpha \cdot \alpha^{-\frac{2}{5}} \right) = 0$

$\frac{3}{5} \alpha^{-\frac{2}{5}} - \cos\alpha \cdot \alpha^{-\frac{2}{5}} + \frac{2}{5} \sin\alpha \cdot \alpha^{-\frac{7}{5}} = 0$

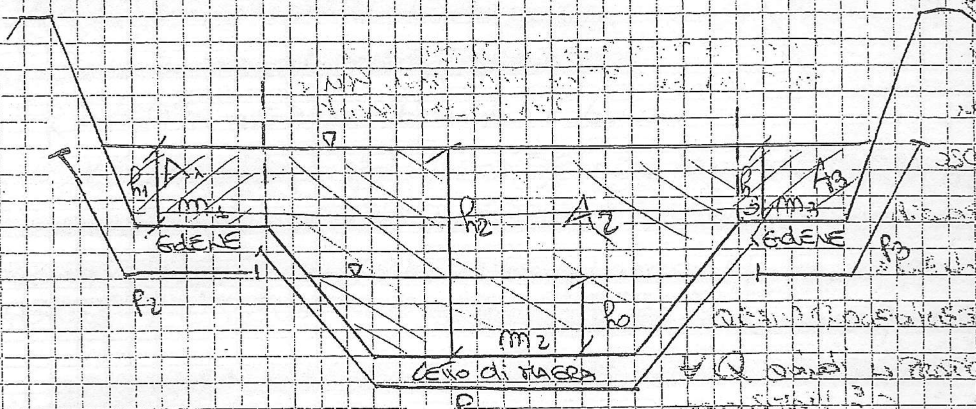
$\boxed{\text{con } \alpha = 301°}$



LEZIONE N° 24 — 12/05/2011

VERIFICA CANALI MOTO UNIFORME [$Q = Q(h_0)$]

OBIETTIVO: CALCOLARE LA SCALA DELLE PORTATA PER UN SISTEMA SEGUENTE;



FINO A QUANDO L'ALTEZZA IDRICA NON INTERESSA LE GOLENE (h_0) VALE LA LEGGE DI Chezy: $Q = C_0 A_0 \sqrt{R \cdot i}$; IL PROBLEMA NASCE QUANDO h_0 CRESCE E LA CORRENTE VA A INTERESSARE LE GOLENE, L'ANOMALIA STA NEL RAGGIO IDRAULICO (ESSENDO QUESTO IL RAPPORTO TRA L'AREA E IL PERIMETRO) POICHÉ SE L'INCREMENTO DI h È PICCOLO, L'INCREMENTO DI SUPERFICIE dA È TRASCURABILE MA IL PERIMETRO BAGNATO AUMENTA PER CUI R DIMINUISCE MA QUESTA È UNA ASSURDITÀ PERCHÉ LA PORTATA È AUMENTATA. IN QUESTI CASI SI PROCEDE DIVIDENDO LA SEZIONE COMPOSTA IN SEZIONI OMOGENEE AVENTI LO STESSO INDICE DI SCABREZZA m E SI HA:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

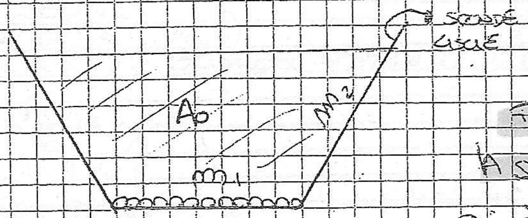
Quindi

$$Q = A_1 C_1 \sqrt{R_1 i} + A_2 C_2 \sqrt{R_2 i} + A_3 C_3 \sqrt{R_3 i}$$

LE ALTEZZE h_2 E h_3 SONO FUNZIONI DI h_1; NOTE QUESTE ALTEZZE È POSSIBILE COSTRUIRE LA SCALA DELLE PORTATE PER UN SISTEMA COMPOSTO DI QUESTO TIPO.

VERIFICA CANALI SEZIONE TRAPEZIA A DIVERSO COEFF. DI SCABREZZA

NEL CASO IN CUI ABBIAMO UN ALVEO A SEZIONE TRAPEZIA E VOGLIAMO CALCOLARE LA SCALA DELLE PORTATE CONSIDERANDO IL FATTO CHE $m_1 \neq m_2$ PERCHÉ SUL FONDO C'È UN MATERIALE CHE NE AUMENTA LA SCABREZZA, MENTRE LE SPONDE SONO LISCE QUINDI L'INDICE DI SCABREZZA È MINORE,



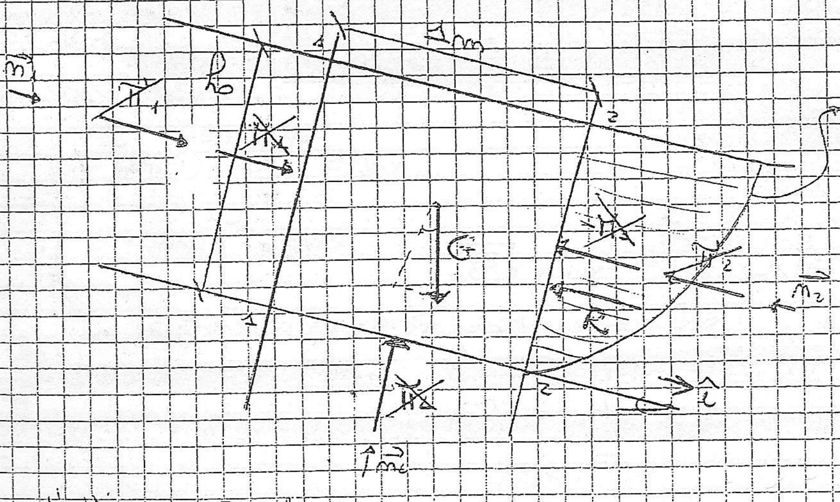
SI POTREBBE PROCEDERE COME NEL CASO PRECEDENTE OSSIA DIVIDENDO LA SEZIONE IN ZONE OMOGENEE OPPURE SI PUÒ PARTIRE DALLA CONSIDERAZIONE CHE LA RESISTENZA COMPLESSIVA OFFERTA DALLE PARETI DEL CANALE È UGUALE ALLA SOMMA DELLE RESISTENZE OFFERTE DALLE DIVERSE PARETI.

RIPRENDIAMO L'EQUAZIONE GLOBALE DI EQUILIBRIO DINAMICO ESTESA AI FLUIDI REALI:

$$\vec{G} + \vec{\Pi} + \underbrace{\cancel{\vec{I}}}_{\text{MOTO UNIFORME}}^{\,0} + \vec{M}_1 - \vec{M}_2 - \mu \overbrace{\int_A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\, dA}^{\vec{R}} = 0$$

A → TUTTA LA SUPERFICIE DI CONTORNO

APPLICHIAMO QUESTA EQUAZIONE AD UN TRATTO DI CANALE DI LUNGHEZZA PARI A 1 m DI ALVEO CILINDRICO DI FORMA TRAPEZIA



h_0 = ALTEZZA DI MOTO UNIFORME

DISTRIBUZIONE DELLE VELOCITÀ

$\Pi_1 = \Pi_2$

$M_1 = M_2$

$\Pi_L \perp A \Rightarrow \vec{n}_L \perp \vec{V}$

VEDIAMO L'ULTIMO INTEGRALE:

$$-\mu \int_A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\, dA = \cancel{-\mu \int_{A_1} \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\, dA}^{\,0} - \cancel{\mu \int_{A_2} \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\, dA}^{\,0} - \mu \int_{A_L} \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\, dA = \vec{R}$$

IL MOTO È UNIFORME QUINDI LUNGO L'ASSE DEL MOTO NON CI SONO VARIAZIONI DEL VETTORE VELOCITÀ

Proiettando lungo l'asse del moto:

$\Pi_1 = \Pi_2 \quad Y_1 = Y_2$

Π_2 lungo il moto è nulla perché $\vec{n}_2 \perp \hat{A}$ quindi il loro prodotto è nullo

Quindi rimane:

$G \sin\alpha = R$ con $G = \gamma \cdot W = \gamma \cdot A_0 \cdot 1$

Sostituendo:

$\gamma A_0 \cdot 1 \sin\alpha = R$ ← resistenza complessiva al moto funzione di tutta la superficie laterale formata da sponde e fondo

Poiché i è molto piccola $tg\alpha \cong \sin\alpha \cong i$

$\gamma A_0 i = R$

Dalla legge di Chezy $\rightarrow \gamma A_0 \frac{V_0^2}{C_0^2 \underbrace{R_0}_{\text{raggio idraulico}}} = \frac{\gamma \cancel{A_0} V_0^2 \cdot P_0}{C_0^2 \cancel{A_0}}$ con $P_0 = \underbrace{P_1}_{\text{fondo}} + \underbrace{P_2}_{\text{sponde}}$

$P_2 = P_{21} + P_{22}$

Sostituendo:

$\cancel{\gamma} V_0^2 \left(\frac{P_1}{C_1^2} + \frac{P_2}{C_2^2} \right) = R = \cancel{\gamma} A_0 i$

Possiamo calcolare la scala delle portate; per diversi valori di h_0 ci ricaviamo i diversi valori di A_0 e i diversi valori di C_0 attraverso:

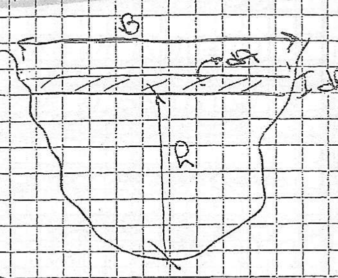
$$C = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_0}}}$$

Noto C possiamo calcolare (per il fondo e per le sponde) e ci calcoliamo il valore di V_0, moltiplicando V_0 per A_0 e troviamo il valore della portata.

con C_1 e C_2 [illegible] gradi di riempimento delle sezioni

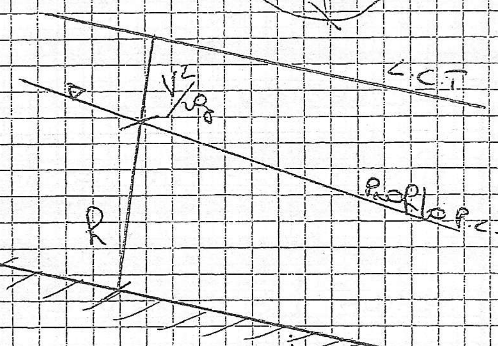
Fine moto uniforme

ENERGIA CORRENTI A PELO LIBERO PER UNA CERTA PORTATA Q FISSATA



CONSIDERIAMO UN ALVEO NEL QUALE TRANSITA UNA CERTA PORTATA Q FISSATA; ABBANDONIAMO L'IPOTESI DI MOTO UNIFORME E CONSIDERIAMO IL MOTO PERMANENTE.

A SECONDA DELLA PENDENZA DEL NOSTRO ALVEO PER UNA PORTATA Q L'ALTEZZA PUÒ ESSERE DIVERSA (SE LA PENDENZA È FORTE LA CORRENTE ACCELERA E h DIMINUISCE E VICEVERSA).



QUAL È L'ENERGIA ASSOCIATA A QUESTA CORRENTE PER UNA CERTA ALTEZZA h?

$$E = \underbrace{h}_{\text{ENERGIA POTENZIALE}} + \underbrace{V^2/2g}_{\text{ENERGIA CINETICA}}$$

h → QUOTA PIEZOMETRICA RISPETTO AL FONDO DELL'ALVEO

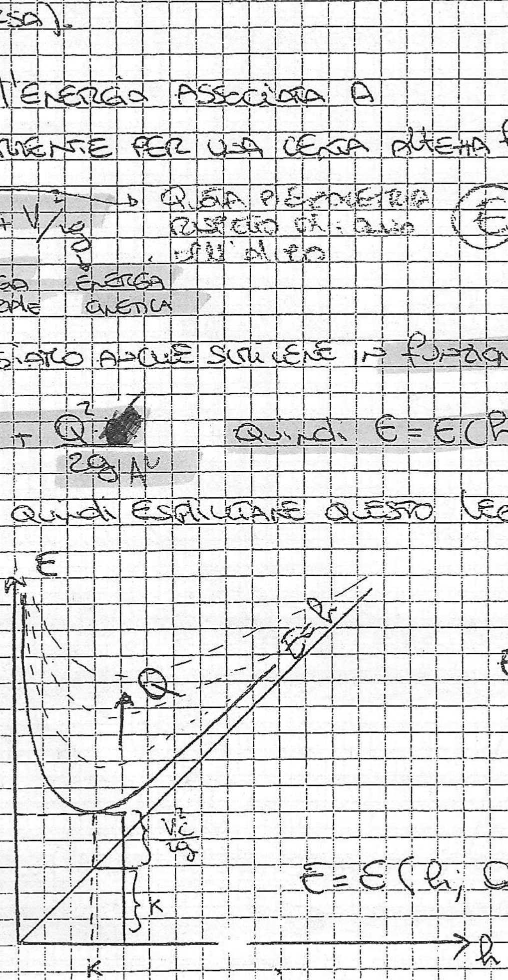
E = ENERGIA RISPETTO AL FONDO DELL'ALVEO

CHE POSSIAMO ANCHE SCRIVERE IN FUNZIONE DI Q:

H = ENERGIA VALUTATA RISPETTO A UN PIANO ORIZZONTALE

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \text{QUINDI } E = E(h)\ \forall Q$$

POSSIAMO QUINDI ESPLICITARE QUESTO LEGAME ATTRAVERSO UN DIAGRAMMA:



(NON ABBIAMO LA SOLUZIONE)

$$E \begin{cases} h \to 0 \Rightarrow E \to \infty \\ h \to \infty \Rightarrow E \to \infty \ (V \to 0) \end{cases}$$

PER $E < E_{cr}$ LA CORRENTE NON PUÒ TRANSITARE NELL'ALVEO

$E = E(h;\ Q = \text{cost})$ PER $h = K \Rightarrow E = E_{cr}$

QUESTA CURVA AVRÀ UN PUNTO DI MINIMO A CUI CORRISPONDE IL MINIMO DELL'ENERGIA ($E_{critica}$) A CUI CORRISPONDE K ALTEZZA CRITICA E A CUI CORRISPONDE IL VALORE MASSIMO DELLA PORTATA

PER DETERMINARE LA K BASTA FARE $\frac{dE}{dh} = 0$

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{2Q^2}{A^3\,2g}\frac{dA}{dh} = 0 \qquad \frac{dA}{dh} \to B$$

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{A^3 g} = 0$$

[illegible] K

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}}$$ ← QUANDO SI VERIFICA QUESTA CONDIZIONE VUOL DIRE CHE STIAMO VIAGGIANDO IN CONDIZIONI CRITICHE ($h = K$)

DA QUESTA ESPRESSIONE CI POSSIAMO RICAVARE SIA LA VELOCITÀ CRITICA CHE L'ALTEZZA CRITICA:

1) V_c:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$$ MOLTIPLICHIAMO PER $\frac{1}{A^2}$ AMBO I MEMBRI

$$\frac{Q^2}{A^2 g} = \frac{A^3}{A^2 B} \Longrightarrow \frac{V_c^2}{g} = \frac{A_c}{B_c}$$

h_m = altezza media della corrente

h_m [illegible] $= h_m$

PER CUI $\boxed{V_c = \sqrt{\frac{A_c}{B_c}\, g}}$ ← PER UN ALVEO DI FORMA QUALSIASI

PER $h = K$

SE L'ALVEO HA FORMA RETTANGOLARE $A_c = B_c \cdot K$

$$V_c = \sqrt{\frac{\cancel{B_c} \cdot K \cdot g}{\cancel{B_c}}} = \boxed{\sqrt{K \cdot g}}$$

2) K:

SE L'ALVEO È DI FORMA QUALSIASI SI CALCOLA K PER TENTATIVI CIOÈ SI DANNO DIVERSI VALORI DI K FINO A CHE NON SI VERIFICA $\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$

SE L'ALVEO È RETTANGOLARE:

PER $h = K$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$$ MOLTIPLICO AMBO I MEMBRI PER $\frac{1}{B^2}$

$$\frac{Q^2}{B_c^2 g} = \frac{A_c^3}{B_c^3} \xrightarrow{} K^3 \Longrightarrow \boxed{K = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B_c^2 g}}}$$

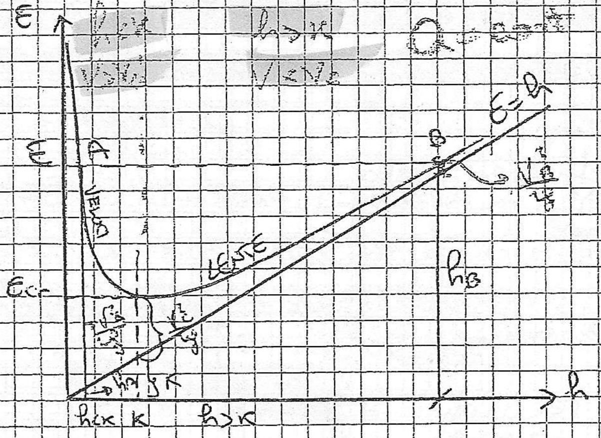
[illegible] K [illegible] di moto uniforme [illegible] di [illegible] K [illegible] rispetto al fondo dell'alveo

3) E_c : sostituendo il valore della velocità critica nella formula dell'energia si ottiene l'energia critica:

$$E_c = k + \frac{k \cdot g}{2g} = \frac{3}{2}k$$ ← per alveo rettangolare

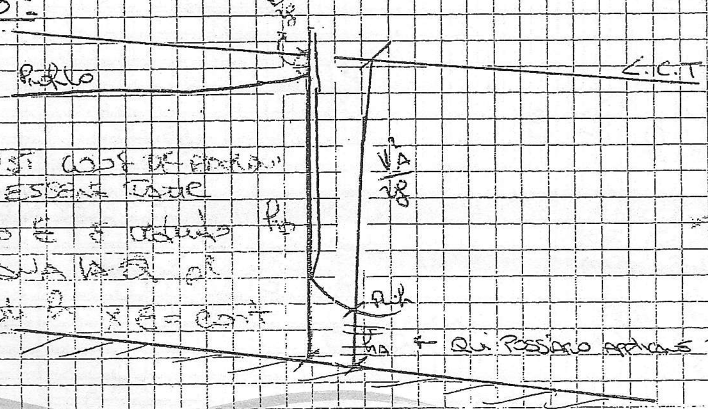
con Q fissata

Consideriamo il diagramma che lega l'energia all'altezza idrica



il punto della curva dove ha il minimo dell'energia divide la curva in 2 rami: il ramo in cui $h>k$ è il ramo delle correnti lente (perché le h crescono e i termini $V^2/2g$ diminuiscono) e il ramo in cui $h<k$ è il ramo delle correnti veloci; in più dal diagramma notiamo che per una stessa Q fissata l'energia può trovarsi in condizioni di corrente lenta o in condizioni di corrente veloce

ESEMPIO:



Tutti questi casi di deflusso possono essere trovati fissando E e calcolando h come varia la Q al variare di h x $E = cost$

← qui possiamo applicare Bernoulli

Per una Q fissata

x $E < E_c$ non c'è

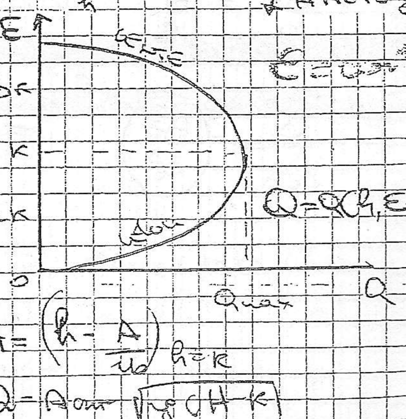
$h \in [0, E]$

attraverso lo stramazzo a larga soglia

PER E FISSATA E Q VARIABILI

$$E = h + \frac{Q^2}{A^2 2g} \Rightarrow Q = A\sqrt{2g(E-h)}$$

alveo rettangolare



Quindi a K corrisponde E_{min}, Q_{max}

$Q = V \cdot A$ con $\frac{V^2}{2g} = E - h$

$Q = A\sqrt{2g(E-h)}$

$h \to 0$ $Q = 0$ perché $A = 0$

$h \to E$ $Q = 0$ perché $(E - h) = 0$

perché $\sqrt{2g\frac{V^2}{2g}} = V$

$$\begin{cases} H = \left(h - \frac{A}{u_d}\right)_{h=k} \\ Q = A_{cr}\sqrt{g(H-k)} \end{cases}$$

ALVEO A DEBOLE PENDENZA - ALVEO A FORTE PENDENZA

Consideriamo un alveo (stiamo in condizioni di moto uniforme $h=h_0$) dove sta transitando una certa portata Q fissata; conosco la geometria dell'alveo e la scabrezza; dalla scala delle portate possiamo ricavarci l'altezza di moto uniforme h_0 e l'altezza critica K.

Attraverso la relazione:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$$ possiamo ricavare K e V_c (velocità critica)

Per gli noti K e h_0 si possono avere 3 situazioni:

1) $h_0 > K$ → corrente di moto uniforme lenta → alveo a debole pendenza $i < i_c$

2) $h_0 < K$ → corrente di moto uniforme veloce → alveo a forte pendenza $i > i_c$

3) $h_0 = K$ → stato critico → $i = i_c$

Vediamo perché:

$$Q = A_0 C_0 \sqrt{R_0 \, i} \quad \leftarrow \text{chezy}$$

Ricaviamo la i:

$$i = \frac{Q^2}{\underbrace{C_0^2 A_0^2 R_0}_{\text{sono tutte funzioni di } h_0}}$$

Vediamo la portata in condizioni critiche:

$$Q = A_c \cdot C_c \sqrt{R_0 \cdot i_c}$$

$$i_c = \frac{Q^2}{\underbrace{A_c^2 C_c^2 R_c}_{\text{sono tutte funzioni di } K}}$$

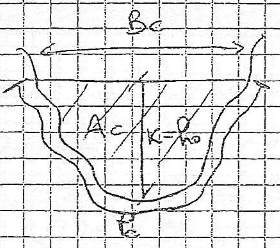
Quindi $i = i_c$ per $h_0 = K$, $i > i_c$ per $h_0 < K$, $i < i_c$ per $h_0 > K$

Come si calcola la i_c?

$$Q = A_c C_c \sqrt{R_c i_c}$$
$$Q = A_c V_c = A_c \sqrt{\frac{A_c}{B_c} g}$$
$$\Rightarrow \quad C_c \sqrt{R_c i_c} = \sqrt{\frac{A_c}{B_c} g}$$

Per cui:

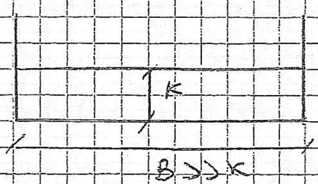
$$i_c = \frac{A_c \cdot g}{B_c \cdot C_c^2 \underset{\substack{\text{raggio} \\ \text{idraulico critico}}}{R_c}} = \frac{\cancel{A_c} \cdot g\, P_c}{B_c \cdot C_c^2\, \cancel{A_c}} = \frac{g\, P_c}{B_c\, C_c^2}$$



Se l'alveo è di forma rettangolare con $B \gg h$

$$i_c = \frac{g\, P_c}{B_c\, C_c^2} \quad \text{con } P_c = B_c + \underbrace{\cancel{2k}}_{\text{trascurabile}} \cong B_c$$

$$C_c^2 = c^2 (R^{1/6})^2 = c^2 R^{1/3} = c^2 k^{1/3}$$

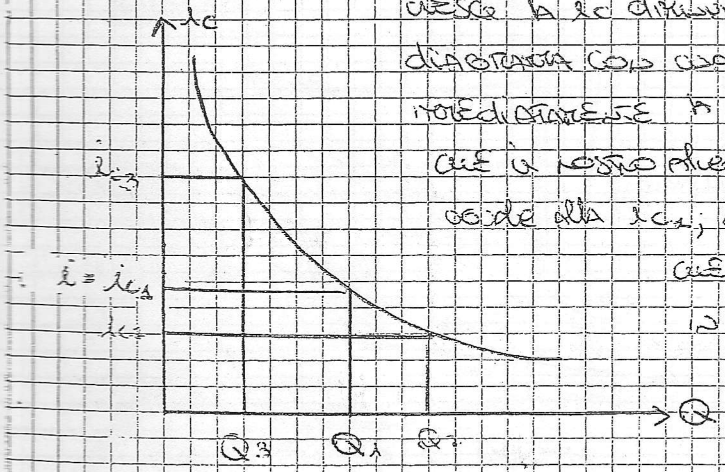


Quindi:

$$i_c = \frac{g\, \cancel{B_c}}{\cancel{B_c} \cdot c^2 \cdot k^{1/3}} = \frac{g}{c^2\, k^{1/3}} \qquad \text{con } R = \frac{A_c}{P_c} = \frac{B_c \cdot k}{B_c + 2k} \cong k$$

Vediamo adesso qual è l'andamento della pendenza critica i_c rispetto alla portata Q

$$k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g}}$$



Quindi se la portata Q aumenta il k cresce e quindi la i_c diminuisce; quindi se la portata cresce la i_c diminuisce. Se studiamo un posto [illegible] con una portata Q_1 si può determinare immediatamente la pendenza critica i_{c1} e immaginiamo che il nostro alveo abbia una pendenza (i = cost) proprio uguale alla i_{c1}; questo vuol dire che la corrente che transita in quest'alveo sta viaggiando in condizioni critiche per questo valore di portata Q_1. Immaginiamo che la portata aumenti fino ad un valore Q_2 (ad es. perché comincia a piovere); ci ricaviamo dalla curva il valore di pendenza critica i_{c2}, ma la pendenza del canale resta sempre la stessa ($i = i_{c1}$ = cost); questo vuol dire che se la portata cresce, la pendenza critica diminuisce al valore i_{c2} che è minore di $i = i_{c1}$ quindi l'alveo si è trasformato in un alveo a forte pendenza ($i > i_{c2}$). Se la portata diminuisce Q_3 la pendenza critica aumenta i_{c3} e l'alveo si trasforma in debole pendenza ($i < i_{c3}$). Alveo a debole o forte pendenza dipende dalla portata che transita e non dalla pendenza i (cost) dell'alveo.

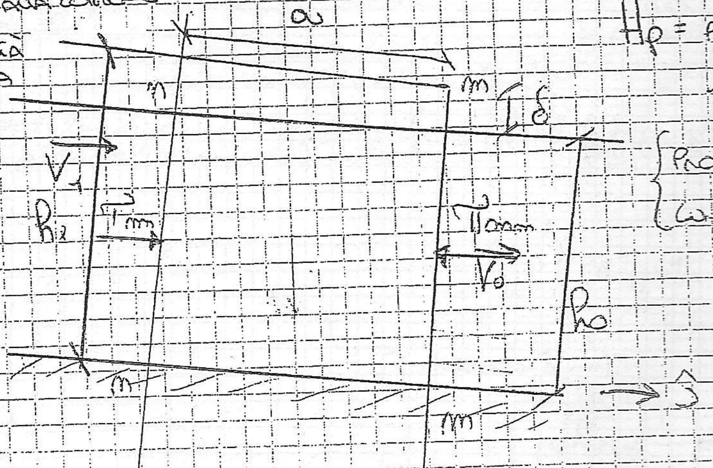
LEZIONE N° 25 — 17/05/2011

PROPAGAZIONE DELLE PICCOLE PERTURBAZIONI DI LIVELLO

LE PERTURBAZIONI DI LIVELLO SONO DELLE PERTURBAZIONI CHE NASCONO A SEGUITO DI UNA CAUSA PERTURBATRICE. CALCOLIAMO LA CELERITÀ "C" DELLA PROPAGAZIONE DELLA PERTURBAZIONE, CONSIDERIAMO UN CANALE IN CUI C'È UN MOTO UNIFORME DI ALTEZZA h_0 E UNA CORRENTE CHE VIAGGIA CON UNA VELOCITÀ V_0. UNA QUALSIASI CAUSA PERTURBATRICE PRODURRÀ UNA PERTURBAZIONE DI LIVELLO OVVERO NASCERÀ UNA PICCOLA PERTURBAZIONE CON ALTEZZA VERTICALE PARI A δ CHE SI PROPAGHERÀ CON UNA CERTA CELERITÀ ω ASSOLUTA PARI A:

$\omega = C + V_0$ — C: RISPETTO ALLA CORRENTE, CELERITÀ RELATIVA

ω: CELERITÀ ASSOLUTA OVVERO CELERITÀ CON CUI LA PERTURBAZ. SI PROPAGA RISPETTO AL FONDO DELL'ALVEO



H_p = ALVEO CON PENDENZA i MOLTO PICCOLA

$\left\{ \begin{array}{l} \text{PROFONDITÀ } 1\,m \\ \text{LUNGHEZZA PARI AD } \omega \end{array} \right\}$ VALORI DI CALCOLO

QUINDI

$$C = \omega - V_0$$

$$h_1 = h_0 + \delta$$

OBIETTIVO: CALCOLARE LA CELERITÀ C DI UNA PERTURBAZIONE DI LIVELLO E VEDERE COME SI PROPAGA

IN UN TEMPO $t = 1$ SEC LA PERTURBAZIONE PERCORRERÀ UNO SPAZIO PARI AD ω; SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DELL'EQUILIBRIO GLOBALE DINAMICO ESTESO AI FLUIDI REALI AL TRONCO DI CORRENTE COMPRESO TRA LE DUE SEZIONI m-m e m-m

$$\vec{G} + \vec{\Pi} + \vec{I} + \vec{M}_1 - \vec{M}_2 - \mu \int_A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n} dA = 0$$

ESTENDIAMOLA PER UN TEMPO $0\text{ sec} \leq t \leq 1\text{ sec}$ — IN QUESTO INTERVALLO LA PERTURBAZIONE SI SPOSTA DALLA SEZIONE m-m ALLA SEZ. m-m

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{G}\,dt + \int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}\,dt + \int_{t=0}^{t=1} \vec{I}\,dt + \int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_1\,dt - \int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_2\,dt - \int_{t=0}^{t=1} \mu \int_A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n} dA\,dt = 0$$

Proiettando lungo l'asse del moto moltiplicando scalarmente per $\hat{j}$

$$\cancel{\int_{t=0}^{t=1} \overset{\text{scalare}}{\vec{G}\times\hat{j}\,dt}} + \int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}\times\hat{j}\,dt - \int_{t=0}^{t=1} \vec{I}\times\hat{j}\,dt + \int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_1\times\hat{j}\,dt - \int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_2\times\hat{j}\,dt - \cancel{\int_{t=0}^{t=1} \mu\int_A \frac{\partial \vec{V}}{\partial n}\times\hat{j}\,dA\,dt} = 0$$

sono termini piccoli (facendo l'ipotesi di L piccola) e uno opposto all'altro quindi si compensano a vicenda

Analizziamo il secondo termine che rappresenta la risultante lungo l'asse del moto delle spinte idrostatiche che l'ambiente esterno esercita sul volume di controllo.

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}\,dt \times \hat{j} = \int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}_{mm}\,dt \times \hat{j} + \int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}_{nn}\,dt \times \hat{j} + \cancel{\int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}_L\,dt \times \hat{j}} \to 0$$

non ha componenti lungo l'asse del moto

$$\vec{\Pi}_{mm} = \gamma h_{G_1} \cdot A_1 = \frac{1}{2}\gamma h_1 \cdot h_1 = \frac{1}{2}\gamma h_1^2$$ ← non varia nel tempo (tra $t=0$ e $t=1$) quindi l'integrale è uguale

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}_{mm}\,dt \times \hat{j} = +\frac{1}{2}\gamma h_1^2$$

$\vec{\Pi}_{nn}$ è opposto a $\hat{j}$

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}_{nn}\,dt \times \hat{j} = -\frac{1}{2}\gamma h_0^2$$

Quindi:

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{\Pi}\,dt \times \hat{j} = \frac{1}{2}\gamma\left(h_1^2 - h_0^2\right)$$

Analizziamo la quantità di moto (valgono le stesse considerazioni delle spinte $\vec{\Pi}$)

$$\int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_1\,dt \times \hat{j} = \rho Q_1 V_1 = \rho V_1^2 A_1 = \rho V_1^2 h_1 \cdot 1$$

diretto in verso opposto a $\hat{j}$

$$-\int_{t=0}^{t=1} \vec{M}_2\,dt \times \hat{j} = (-)\,\rho V_0^2 h_0$$

il discorso cambia quando considero le inerzie locali:

$$\vec{I} = -\int_W \frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t}\, dW$$

componente di $\vec{V}$ lungo s

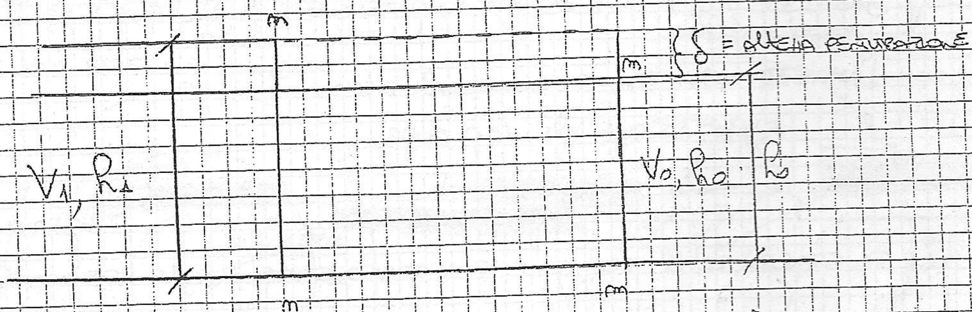
$$-\int_{t=0}^{t=1} \frac{\partial}{\partial t}\int_W \rho\vec{V}\, dW\, dt \times \vec{s} = -\cancel{\int_{t=0}^{t=1}}\cancel{\frac{\partial}{\partial t}}\int_W \rho V\, dW\, dt = -\left[\int_W \rho V\, dW\right]_{t=0}^{t=1}$$

in definitiva si ha:

$$\frac{1}{2}\gamma\left(h_1^2-h_0^2\right)+\rho V_1^2 h_1-\rho V_0^2 h_0=\underbrace{\left[\int_W \rho V\, dW\right]_{t=0}^{t=1}}$$

è una variazione della portata di quantità di moto della massa contenuta nel volume di controllo nel tempo $t=0$ e $t=1$

Analizziamo il secondo membro nell'intervallo di tempo $t=0$, $t=1$:



quantità di moto $t=1$ $\qquad$ quantità di moto $t=0$

$$\rho h_1 \cdot a \cdot 1 \cdot V_1 \xleftarrow[\text{perturb. raggiunge mm}]{\text{al tempo } t=1 \text{ la}} \underbrace{\rho \underbrace{h_0 \cdot a \cdot 1}_{W}}_{\text{massa}} \cdot V_0$$

quantità di moto

per cui sostituendo il secondo membro:

$$\frac{1}{2}\gamma\left(h_1^2-h_0^2\right)+\rho V_1^2 h_1-\rho V_0^2 h_0=\rho a\left(h_1V_1-h_0V_0\right)$$

ma $a = c+V_0$ quindi

$$\boxed{\frac{1}{2}\gamma\left(h_1^2-h_0^2\right)+\rho V_1^2 h_1-\rho V_0^2 h_0=\rho\left(c+V_0\right)\left(h_1V_1-h_0V_0\right)}$$

↓

Equazione del moto

LE INCOGNITE SONO h_1 E C QUINDI DOBBIAMO AFFIANCARE ALL'EQUAZIONE DEL MOTO L'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ:

DATA UNA CERTA PORTATA Q (→ cost) LA MASSA ENTRANTE NELLA SEZIONE mm È UGUALE ALLA MASSA CHE ESCE ATTRAVERSO LA SEZIONE mm MENO LA VARIAZIONE DI MASSA CHE HA SUBITO QUESTO VOLUME DI CONTROLLO NEL TEMPO DI 1 SECONDO $(dt = 1\,sec)$

QUINDI

$$\underbrace{\rho\, V_1 \overbrace{h_1 \cdot 1}^{A} \cdot \overset{dt}{1}}_{Q} = \rho\, V_0 h_0 \cdot 1 \cdot \overset{dt}{1} + \rho\, \overbrace{a\,\underbrace{(h_1 - h_0)}_{\delta} \cdot \overset{dt}{1}}^{\text{volume}}$$

LA PORTATA ENTRANTE – LA PORTATA USCENTE = A PARTIRE DA ... CONTRIBUISCE A ...

$$\rho V_1 h_1 = \rho V_0 h_0 + \rho (c + V_0)(h_1 - h_0)$$

→ EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

ABBIAMO ADESSO UN SISTEMA DI DUE EQUAZIONI IN DUE INCOGNITE E POSSIAMO RICAVARE LA C CHE SALTANDO UNA SERIE DI PASSAGGI È UGUALE A:

$$\begin{cases} \text{EQ. MOTO} \\ \text{EQ. CONTINUITÀ} \end{cases} \; \to \; C, \; h_1$$

$$C = \pm \sqrt{g h_0 \left(1 + \frac{3}{2}\frac{\delta}{h_0}\right)}$$

→ SE δ È INFINITESIMO $\frac{3}{2}\frac{\delta}{h_0}$ TENDE A ZERO

QUINDI CON L'AMPIEZZA DELLA PERTURBAZIONE INFINITESIMA

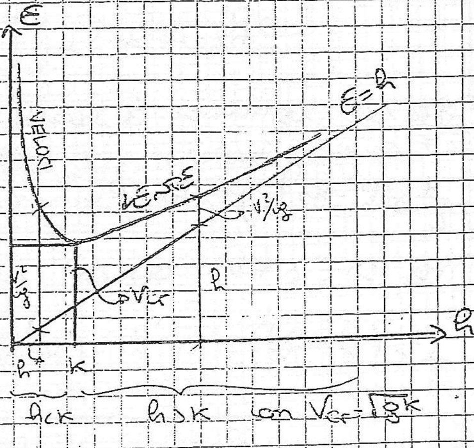
ESPRESSIONE DI LAGRANGE

$$C = \pm\sqrt{g h_0}$$

→ IN CONDIZIONI DI MOTO PERMANENTE → $C = \pm\sqrt{g h}$ → GENERICA

→ QUESTA ESPRESSIONE CI DICE COME SI PROPAGANO LE PICCOLE PERTURBAZIONI DI LIVELLO

× LE PERTURBAZIONI PERÒ SI PROPAGANO IN MANIERA DIVERSA A SECONDA CHE LA CORRENTE SIA VELOCE OPPURE LENTA



LENTE:

← × definizione la $V < V_{cr}$

$h > k \Rightarrow \sqrt{gk} < \sqrt{gh} \Rightarrow V < \sqrt{gk} < \sqrt{gh}$

con $\sqrt{gh} = |C|$

$\sqrt{gk} = V_{cr}$

$\Rightarrow \boxed{C > V}$

VELOCI:

$h < k \Rightarrow \sqrt{gk} > \sqrt{gh} \Rightarrow V > \sqrt{gk} > \sqrt{gh}$

con $\sqrt{gh} = |C|$

$\sqrt{gk} = V_{cr}$

$\Rightarrow \boxed{C < V}$

QUINDI NEL CASO DI CORRENTI LENTE LA VELOCITÀ CON CUI SI PROPAGA LA PERTURBAZIONE È MAGGIORE DELLA VELOCITÀ DELLA CORRENTE, VICEVERSA NEL CASO DI CORRENTE VELOCE; DI CONSEGUENZA, ESSENDO $\omega = (C+V)$

VELOCE: $|C| < V$ $\Rightarrow$ con
- $+C \rightarrow \omega = (C+V) \rightarrow \omega > 0$
- $-C \rightarrow \omega = (-C+V) \rightarrow \omega > 0$

con $C = \pm\sqrt{gh}$

$\underbrace{V/\sqrt{gh}}_{Fr} > 1$

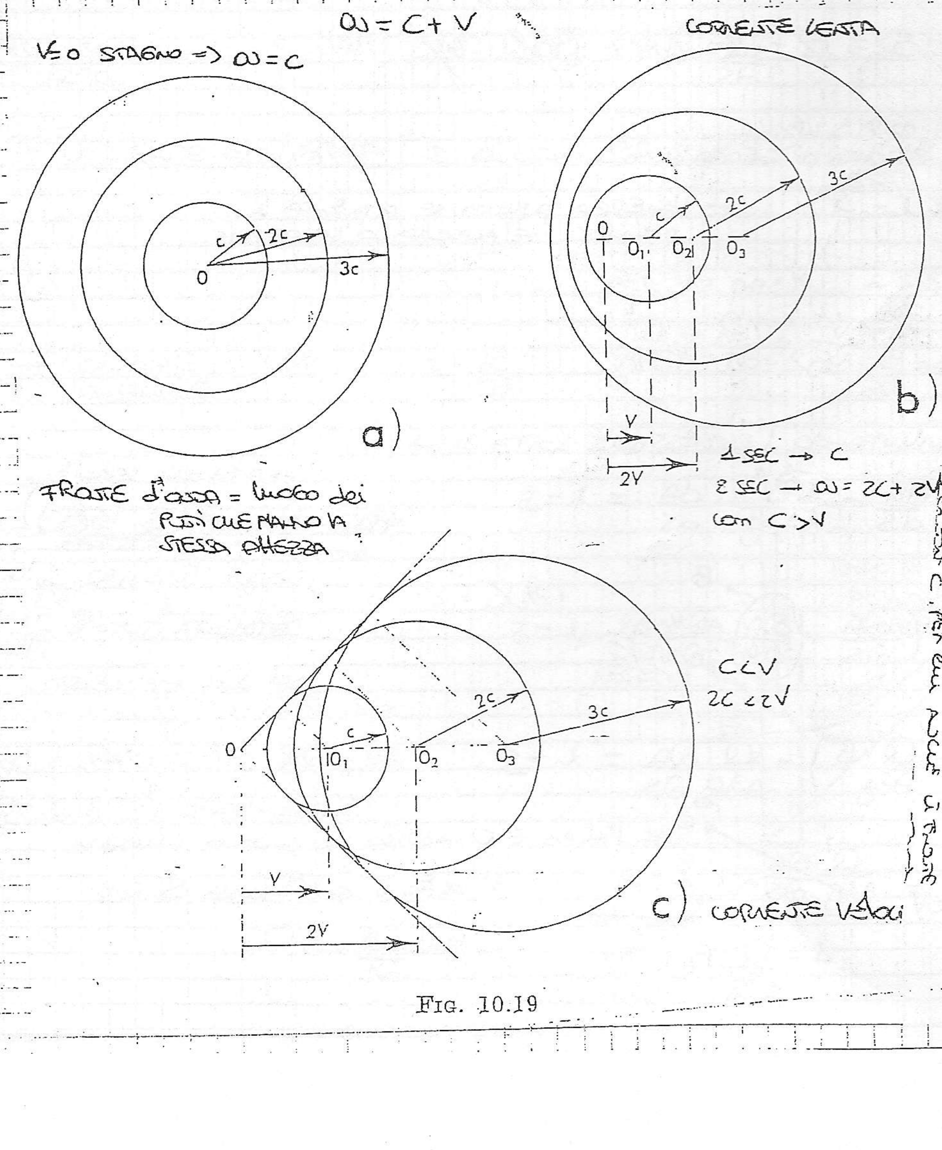
ESSENDO V PIÙ GRANDE DI C ω È SEMPRE POSITIVO QUINDI LA PERTURBAZIONE SI PROPAGA SEMPRE VERSO VALLE.

LENTA: $|C| > V$ $\Rightarrow$ con
- $+C \rightarrow \omega = (C+V) \rightarrow \omega > 0$
- $-C \rightarrow \omega = (-C+V) \rightarrow \omega < 0$

con $C = \pm\sqrt{gh}$

$\overbrace{V/\sqrt{gh}}^{Fr} < 1$

ESSENDO C PIÙ GRANDE ω PRENDE IL SEGNO DI C PER CUI LA PERTURBAZIONE IN UNA CORRENTE LENTA PUÒ RISALIRE LA CORRENTE OLTRE CHE PROPAGARSI VERSO VALLE



...AVVIENE IN ACQUA STAGNANTE, SI FORMA ATTORNO AL PUNTO DI IMMISSIONE UN'ONDA CIRCOLARE, SI ESPANDE MANTENENDO INALTERATA LA PROPRIA FORMA, CHE PROPRIO CENTRO; SE L'IMMISSIONE AVVIENE IN UNA CORRENTE LENTA L'ONDA SI ESPANDE SEMPRE CIRCOLARMENTE MA CONTEMPORANEAMENTE IL SUO CENTRO SI SPOSTA VERSO VALLE CON VELOCITÀ V DELLA CORRENTE;
SE L'IMMISSIONE AVVIENE IN UNA CORRENTE VELOCE LA VELOCITÀ CON CUI IL CENTRO DELL'ONDA CIRCOLARE SEGUE LA CORRENTE [illegible] C, PER CUI ANCHE IL FRONTE

FIG. 10.19