LEZIONE XVIII DEL 27 NOVEMBRE 2013, LEZIONE N°15

1) CALCOLARE LA DISTANZA TRA I 2 PUNTI A E B DI COORDINATE RISPETTIVAMENTE

i) $(2,3)$ e $(1,8)$ ii) $(1,0)$ e $(7,0)$ iii) $(0,9)$ e $(0,10)$

iv) $(-1,5)$ e $(-2,-3)$

i) $d = \sqrt{(1-2)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

ii) ~~d =~~ $d = |7-1| = 6$

iii) $d = |10-9| = 1$

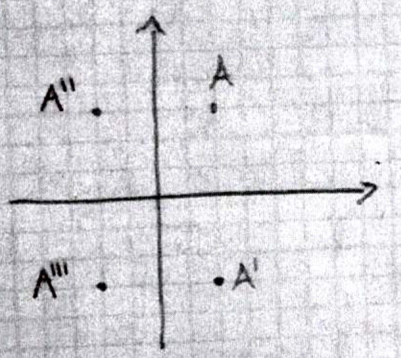
iv) $d = \sqrt{(-1+2)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{65}$

2) CALCOLARE LE COORDINATE DEL PUNTO MEDIO M DEL SEGMENTO AB AVENTE COME PUNTI ESTREMI I PUNTI A e B DEFINITI NELL'ESERCIZIO 1.

i) $M\left(\frac{2+1}{2} ; \frac{3+8}{2}\right) \to M\left(\frac{3}{2} ; \frac{11}{2}\right)$

ii) $M(4;0)$ iii) $M\left(0; \frac{19}{2}\right)$ iv) $M\left(\frac{-1-2}{2} ; \frac{5-3}{2}\right) \to M\left(-\frac{3}{2} ; 1\right)$

3) CALCOLARE IL SIMMETRICO DI A(2,3) RISPETTO ALL'ASSE X, RISPETTO ALL'ASSE Y, ed IL SIMMETRICO RISPETTO ALL'ORIGINE



$A(x,y) \xrightarrow{x} A'(x,-y) \Rightarrow A(2,3) \to A'(2,-3)$

$A(x,y) \xrightarrow{y} A''(-x,y) \Rightarrow A(2,3) \to A''(-2,3)$

$A(x,y) \xrightarrow{O} A'''(-x,-y) \Rightarrow A(2,3) \to A'''(-2,-3)$

4) CALCOLARE IL SIMMETRICO DI A(-2;-3) RISPETTO ALL'ASSE X, Y e O

$A(-2,-3) \xrightarrow{x} A'(-2,3)$

$A(-2,-3) \xrightarrow{y} A''(2,-3)$

$A(-2,-3) \xrightarrow{O} A'''(2,3)$

5) DETERMINARE LE EQUAZIONI DELLA RETTA PASSANTE PER I DUE PUNTI A e B NEI DIFFERENTI CASI DELL'ESERCIZIO 1.

i) $\frac{y-3}{8-3} = \frac{x-2}{1-2}$; $\frac{y-3}{5} = \frac{x-2}{-1}$; $-y+3 = 5x-10$; $5x+y-13=0$

ii) $y=0$ iii) $x=0$

iv) $\frac{y-5}{-3-5} = \frac{x+1}{-2+1}$; $-y+5 = -8x-8$; $8x-y+13=0$

ESERCIZIO 6)

A) DETERMINARE LA FORMA PARAMETRICA DELLA RETTA r) DI EQUAZIONE $3x+8y-1=0$ e DELLA RETTA s) DI EQUAZIONE $x=-5$

B) DET. ~~LA FORMA PAR~~ I PARAMETRI DIRETTORI DI r E DI s

C) LE RETTE r) ed s) sono perpendicolari?

D) sono parallele?

E) DET. PUNTO D'INTERSEZIONE TRA r) ed s)

A) y v.l. $\Rightarrow y=t \Rightarrow 3x+8t-1=0 \Rightarrow r)\ \begin{cases} x=\frac{1}{3}-\frac{8}{3}t \\ y=t \end{cases}$

y v.l. $\Rightarrow s)\ \begin{cases} x=-5 \\ y=t \end{cases}$

B) $v_r=(-\frac{8}{3},1)$ $\quad v_s=(0,1)$

C) $(l,m)\cdot(l',m')=(-\frac{8}{3},1)\cdot(0,1)=1\neq 0$ NON sono perpendicolari

D) $(l,m)=k(l',m')$; $(-\frac{8}{3},1)=k(0,1)$; $\begin{cases} -\frac{8}{3}=0 \\ 1=k \end{cases}$ imp. $\Rightarrow$ non sono paralleli

E) $\begin{cases} 3x+8y-1=0 \\ x=-5 \end{cases}$ $\quad A=\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad rk(A)=2$ $\quad A|B=\left(\begin{array}{cc|c} 3 & 8 & 1 \\ 1 & 0 & -5 \end{array}\right)$ $\quad rk(A|B)=2$

$rk(A)=rk(A|B) \Rightarrow$ il sistema è risolubile $\quad |A|=3\cdot 0-1\cdot 8=-8\neq 0 \Rightarrow \exists!$ sol.

$\begin{cases} 3(-5)+8y-1=0 \\ x=-5 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} y=2 \\ x=-5 \end{cases}$ $\quad P(-5,2)$

7) LE RETTE r: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \end{cases}$ ed s: $\begin{cases} x=-2t \\ y=5+t \end{cases}$

i) SONO PERPENDICOLARI? $\quad$ ii) SONO PARALLELE?

iii) SCRIVERE L'EQ. OMOGENEA DEL FASCIO DI RETTE INDIVIDUATO DA r ed s

iv) SCRIVERE L'EQ. NON OMOGENEA

v) IL FASCIO È PROPRIO O IMPROPRIO?

i) $v_r=(2,-1)$ $\quad v_s=(-2,1)$ $\quad (2,-1)\cdot(-2,1)=-4-1=-5\neq 0$ non sono $\perp$

ii) $(2,-1)=k(-2,1)$ $\quad \begin{cases} 2=-2k \\ -1=k \end{cases}$ $\quad \begin{cases} 2=-2\cdot(-1) \\ k=-1 \end{cases}$ $\quad$ Sono //

iii) $r)\ \begin{cases} x-1=2t \\ y-3=-t \end{cases}$ $\quad \begin{cases} t=\frac{x-1}{2} \\ t=3-y \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{x-1}{2}=3-y$; $x-1=6-2y$; $x+2y-7=0$

$s)\ \begin{cases} -x=2t \\ y-5=t \end{cases}$ $\quad \begin{cases} t=-\frac{x}{2} \\ t=y-5 \end{cases}$ $\Rightarrow -\frac{x}{2}=y-5$; $-x=2y-10$; $x+2y-10=0$

L'EQ. OMOGENEA DEL FASCIO È: $\lambda(x+2y-7)+\mu(x+2y-10)=0$

iv) L'EQ. OMOGENEA DEL FASCIO E': $x+2y+k=0$

v) IL FASCIO E' IMPROPRIO

8) DETERMINARE IL PUNTO DI INTERSEZIONE TRA

$r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \end{cases}$ ed $s:\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+t \end{cases}$

$\begin{cases} \cancel{1}+2t_1=\cancel{1}+3t_2 \\ 3-t_1=5+t_2 \end{cases}$; $\begin{cases} 3t_2-2t_1=0 \\ t_1+t_2=-2 \end{cases}$

$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad A/B=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

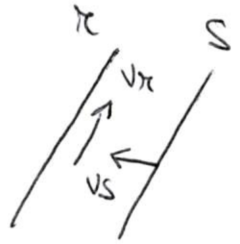
$r_K(A)=r_K(A/B)=2 \Rightarrow$ IL SISTEMA E' RISOLUBILE

$|A|=\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=3+2=5\neq 0 \Rightarrow \exists!$ SOLUZIONE

$\begin{cases} -6-3t_1-2t_1=0 \\ t_2=-2-t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1=-6/5 \\ t_2=-2+\frac{6}{5}=-\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=1+2\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{7}{5} \\ y=3-\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{21}{5} \end{matrix}$

IL PUNTO DI INTERSEZIONE TRA LE DUE RETTE E' $P\left(-\frac{7}{5};\frac{21}{5}\right)$

9) LE RETTE $r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \end{cases}$ ed $s: 2x+4y-1=0$ SONO PARALLELE? SONO PERPENDICOLARI? SONO INCIDENTI?



$V_r=(2,-1) \qquad \omega_s=(2,4)$

$(2,-1)\cdot(2,4)=4-4=0 \Rightarrow V_r \perp \omega_s \Rightarrow r /\!/ s$

LE RETTE r ed s NON SONO PERPENDICOLARI PERCHE' SONO PARALLELE

PER VEDERE SE SONO INCIDENTI RISOLVO IL SISTEMA

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ 2x+4y-1=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ 2(1+2t)+4(3-t)-1=0 \end{cases}$;

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ 2+\cancel{4t}+12-\cancel{4t}-1=0 \end{cases} \Rightarrow 13=0$ ASSURDO!

IL SISTEMA NON HA SOLUZIONI DUNQUE LE RETTE SONO PARALLELE E DISTINTE

11) DETERMINARE L'EQ. DELLA RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE $O(0,0)$ E PER IL PUNTO DI INTERSEZIONE DELLE RETTE $r)\ 2x+3y+1=0$ ed $s)\ x-y+5=0$

$$\begin{cases} 2x+3y+1=0 \\ x-y+5=0 \end{cases} \qquad A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \to 2R_2-R_1} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$rk(A)=2$$

$$A/B=\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow{R_2 \to 2R_2-R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -5 & 0 \end{array}\right)$$

$$rk(A/B)=2$$

ESSENDO $rk(A)=rk(A/B)=2$ IL SISTEMA AMMETTE SOLUZION

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2-3=-5 \neq 0 \quad \exists!\ sol.$$

$$\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 5y=9 \end{cases} ; \begin{cases} x=-16/5 \\ y=9/5 \end{cases} \qquad P\left(-\frac{16}{5};\frac{9}{5}\right)$$

TROVO LA RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE E PER IL PUNTO TROVATO ATTRAVERSO IL METODO DEL FASCIO DI RETTE INDIVIDUATO DA r ed s

SCRIVO IL FASCIO DI RETTE

$(2x+3y+1)+k(x-y+5)=0$

SOSTITUISCO LE COORDINATE DEL PUNTO $O(0;0)$ E TROVO

$1+5k=0 \Rightarrow k=-1/5$ E QUINDI

$(2x+3y+1)-\frac{1}{5}(x-y+5)=0$

$5(2x+3y+1)-(x-y+5)=0$, DA CUI $9x+16y=0$

12) CALCOLARE LA DISTANZA DI $P(1,1)$ DALLA RETTA $r)\ 2x+y-7=0$

$$d=\frac{|2x_0+y_0-7|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|2(1)+1-7|}{\sqrt{4+1}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$$

13) CALCOLARE LA DIST. DELLE DUE RETTE $r)\ x+y+5=0$
$s)\ 2x+2y-3=0$

$x=1 \Rightarrow 1+y+5=0$; $y=-6$ $P(1,-6)\in r$

$w_r=(1,1)$ $w_s=(2,2)$ $(2,2)=2(1,1) \Rightarrow r\parallel s$

$$\Rightarrow d(r,s)=d(P,s)=\frac{|2\cdot 1+2\cdot(-6)-3|}{\sqrt{4+4}}=\frac{|2-12-3|}{\sqrt{8}}=\frac{13}{\sqrt{8}}$$