

## Capitolo 2

### MODELLO MATEMATICO E FUNZIONAMENTO IN REGIME PERMANENTE DEGLI IMPIANTI DI DISTRIBUZIONE SU LINEA

Sebbene, come descritto precedentemente, la distribuzione dell'energia elettrica alle utenze finali avvenga, praticamente sempre, su reti di distribuzione complesse (che siano radiali od anello), nel seguito sarà dimostrato che, ai fini del dimensionamento elettrico di tali reti, è sufficiente ricondursi ad un semplice impianto di distribuzione su linea, qualunque sia la complessità della rete da dimensionare.

Per tale ragione, si ha poco interesse pratico ad approfondire il problema della modellazione, a regime permanente, delle reti di distribuzione e ci si concentra con maggiore interesse sul modello matematico degli impianti di distribuzione su linea.

Lo schema unifilare di un impianto di distribuzione su linea è rappresentato nella figura V.1; a partire da esso svolgeremo le nostre considerazioni, utili ai fini della determinazione del suo modello matematico per l'analisi in condizioni di funzionamento normale (regime permanente).

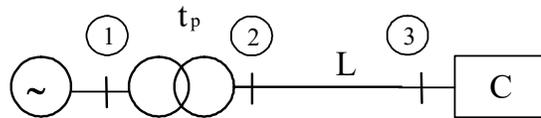


Fig. 1: Schema unifilare di un impianto di distribuzione su linea

#### 1. Circuito equivalente monofase dell'impianto di distribuzione su linea

Per la definizione del modello matematico per il regime permanente di un impianto di distribuzione su linea, è prioritario individuarne il suo circuito equivalente monofase; ciò è possibile una volta che siano stati individuati i circuiti equivalenti monofase di ognuno dei suoi elementi costitutivi che, come mostrato dalla figura V.1, sono: l'alimentazione, il trasformatore (eventuale), la linea ed il carico.

Tutti questi componenti sono rappresentabili a mezzo di bipoli a parametri concentrati con parametri opportunamente scelti in relazione alle loro caratteristiche elettriche, similmente a quanto già evidenziato relativamente al componente linea. Nel seguito tratteremo brevemente i circuiti equivalenti monofase dei componenti: alimentazione, trasformatore e carico, tralasciando quello della linea già trattato nei capitoli precedenti.

##### *Circuito monofase equivalente del nodo di alimentazione*

Un nodo di alimentazione può essere, cautelativamente, assimilato ad un generatore ideale collegato al nodo, la cui tensione è pari a quella nominale del nodo stesso (Fig.V.2, ipotesi di nodo di alimentazione con potenza di corto circuito infinita!). Solo in casi particolari può essere portata in conto anche l'impedenza di corto-circuito del nodo di alimentazione, da porsi in serie al generatore di tensione ideale; il valore di tale impedenza può essere facilmente calcolato a partire dalle

informazioni sulla potenza di corto-circuito (finita) del nodo di alimentazione, fornite dall'Ente distributore.

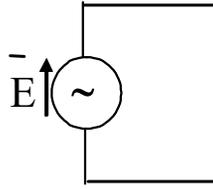


Fig. 2 – Circuito monofase equivalente semplificato (e cautelativo) di un nodo generatore

### Circuito monofase equivalente del trasformatore

Nei trasformatori trifase di distribuzione MT/BT possono essere trascurate la corrente e la potenza assorbite a vuoto (e quindi i parametri trasversali) mentre la resistenza degli avvolgimenti, generalmente, non può essere trascurata rispetto alla reattanza di dispersione. Ne consegue che il circuito monofase equivalente, alla sequenza diretta, di un trasformatore assume la configurazione di cui alla figura V.3.

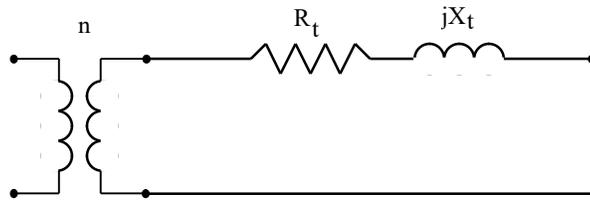


Fig. 3 Circuito monofase equivalente di un trasformatore di distribuzione, alla sequenza diretta

Per il calcolo delle grandezze indicate nel circuito monofase equivalente basta considerare i valori della  $V_{cc}\%$  e delle perdite  $P_{cu}$  (in kW), misurati dal costruttore e riportati sulla targa del trasformatore, insieme ai valori delle tensioni nominali,  $V_n$ , (primaria e secondaria), delle correnti nominali,  $I_n$ , (primaria e secondaria) e del rapporto di trasformazione,  $n$ . Infatti:

$$Z_t = \frac{V_n}{I_n} \frac{V_{cc} \%}{100}$$

$$R_t = \frac{P_{cu}}{3I_n^2}$$

$$X_t = \sqrt{Z_t^2 - R_t^2}$$

dove  $I_n$ ,  $U_n$  sono, rispettivamente, la corrente nominale e la tensione nominale (attenzione che se  $I_n$  è considerata quella del primario (secondario), la  $U_n$  deve essere posta pari alla tensione al primario (secondario)).

### Circuito monofase equivalente del carico

Un nodo di carico può essere, cautelativamente, assimilato ad un generatore ideale di corrente assorbita in condizioni di tensione nominale (Fig. V.4).

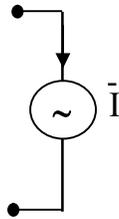


Fig.4: Circuito monofase equivalente di un nodo di carico

Ciò posto, il circuito equivalente monofase di un impianto di distribuzione su linea si mostrerà come rappresentato nella figura V.5.

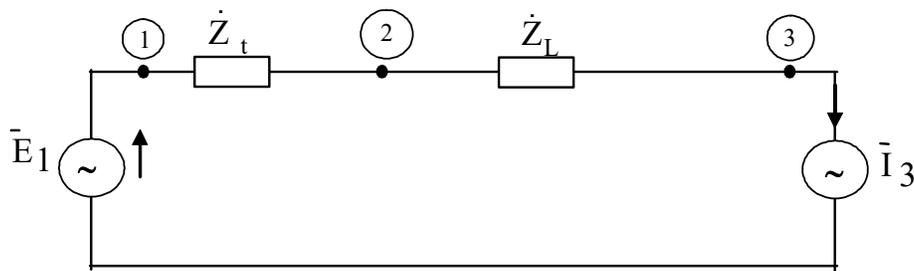


Fig. 5: Circuito monofase equivalente di un impianto di distribuzione su linea.

È importante notare che, per evitare di portarsi dietro (sconvenientemente) il rapporto di trasformazione del trasformatore, la tensione  $E_1$ , nella figura V.1 deve essere fatta coincidere con la tensione nominale al secondario del trasformatore,  $E_{ns}$  (si ricorda che  $n = E_{np}/E_{ns}$ , con  $E_{np}$  pari alla tensione nominale al primario del trasformatore). In questo modo, le impedenze del trasformatore e della linea risultano collegate in serie ed il sistema può anche essere ulteriormente semplificato, semplicemente considerando l'impedenza complessiva risultante (Fig. V.6); il circuito così risultante è anche quello che si otterrebbe immediatamente in caso di assenza del trasformatore.

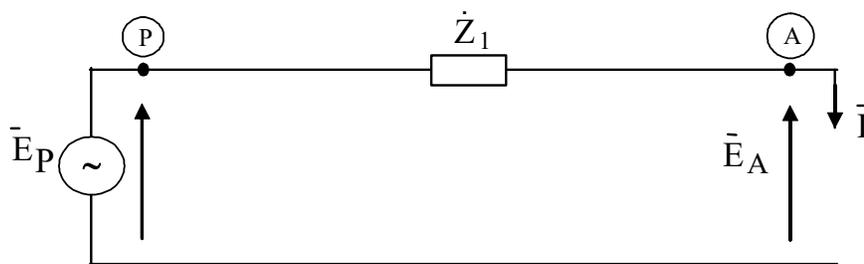


Fig. 6: Circuito monofase equivalente, semplificato, di un impianto di distribuzione su linea.

## 2. Modello matematico dell'impianto di distribuzione su linea

La relazione che lega le tensioni in partenza ed in arrivo del circuito della Fig.V.6 è, assunta a riferimento per le fasi la tensione in arrivo:

$$\bar{V}_P = V_A + Z_1 \bar{I} = V_A + (R_1^1 + jX_1^1) \bar{I}. \quad (V.1)$$

Per un carico ohmico-induttivo, indicando con  $\varphi$  lo sfasamento della  $V_A$  rispetto alla  $I$ , si ha il diagramma della Fig.V.7.

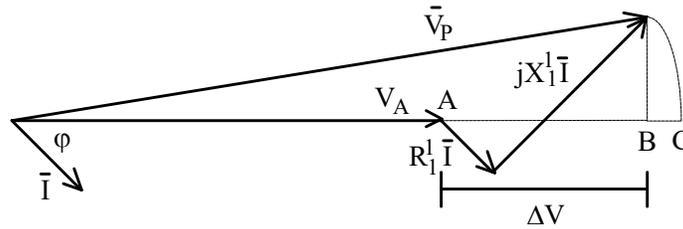


Fig. 7: Diagramma fasoriale per il circuito di figura 6

Da tale diagramma si ha:

$$\Delta V = V_P - V_A = R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi \quad (V.2)$$

se si trascura il segmento BC.

La differenza fra i moduli delle tensioni in partenza ed in arrivo viene definita come "caduta di tensione" (c.d.t.) nella linea.

Dallo stesso diagramma, portando in conto il segmento BC, si ha:

$$\begin{aligned} \bar{V}_P &= V_A + (R_1^1 + jX_1^1) \cdot I (\cos \varphi - j \sin \varphi) \\ \bar{V}_P &= \left[ V_A + (R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi) \right] + j (-R_1^1 I \sin \varphi + X_1^1 I \cos \varphi) \end{aligned}$$

Calcolando il modulo di  $\bar{V}_P$

$$\begin{aligned} V_P &= \sqrt{(V_A + R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi)^2 + (-R_1^1 I \sin \varphi + X_1^1 I \cos \varphi)^2} \\ V_P^2 &= V_A^2 + Z^2 I^2 + 2V_A (R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi) \\ V_P^2 - V_A^2 &= (V_P - V_A)(V_P + V_A) = 2V_A (R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi) + Z^2 I^2 \\ (V_P - V_A) &= \frac{2V_A}{(V_P + V_A)} (R_1^1 I \cos \varphi + X_1^1 I \sin \varphi) + \frac{Z^2 I^2}{(V_P + V_A)}. \end{aligned}$$

Poiché la caduta di tensione ( $V_P - V_A$ ) è piccola nei casi d'interesse, si può porre in prima approssimazione  $V_P \approx V_A$  e cautelativamente  $V_P + V_A = 2V_A$ . Pertanto si ha:

$$V_p - V_A = R_1^1 I \cos\varphi + X_1^1 I \sin\varphi + \frac{Z^2 I^2}{2V_A} \quad . \quad (V.3)$$

Nel caso trattato di carico ohmico-induttivo, essendo  $\varphi$  maggiore di zero, la c.d.t. è sempre maggiore di zero, poiché tutti i termini sono positivi. Essendo il termine  $\frac{Z^2 I^2}{2V_A}$  molto piccolo, in questo caso si può trascurare e pertanto l'espressione della c.d.t. universalmente adottata è la (V.2).

Nel caso di carico ohmico-capacitivo, indicando sempre con  $\varphi$  lo sfasamento della  $V_A$  rispetto alla  $I$ , l'espressione della c.d.t. è sempre data dalla (V.3). Essendo  $\varphi$  minore di zero, non tutti i suoi termini sono positivi, per cui il termine  $\frac{Z^2 I^2}{2V_A}$ , sebbene piccolo, potrebbe risultare di entità comparabile con la caduta di tensione come definita dalla V.2 e, quindi, non si può trascurare.