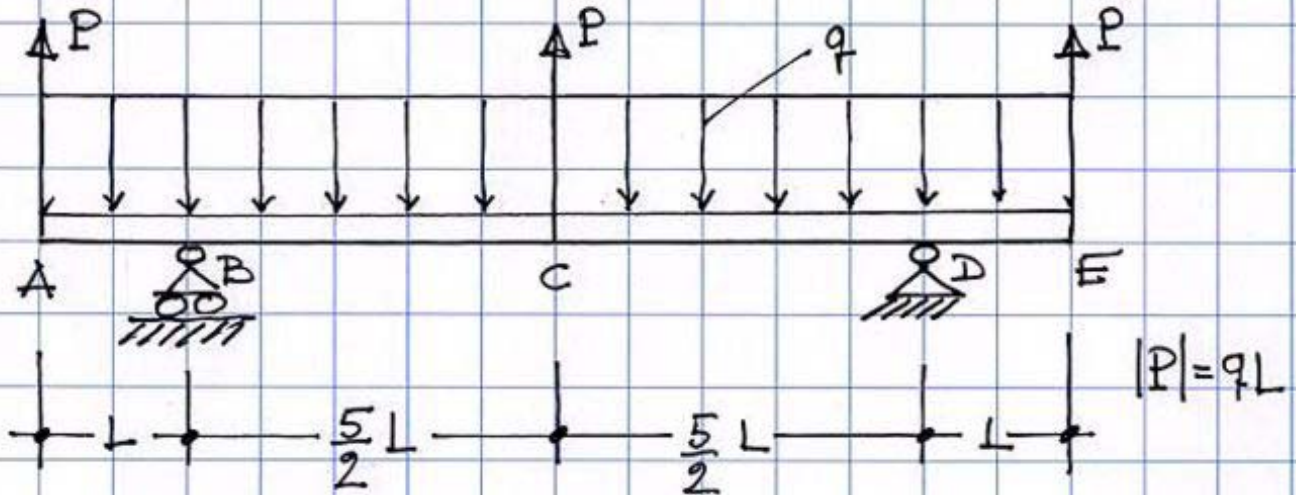


## ESERCIZIO #2

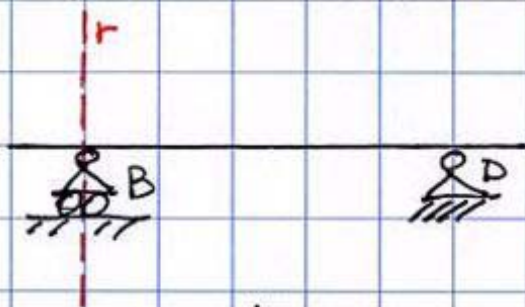
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI ( $R_V$ ), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE:

$$l = 3 - \mu_t = 3 - (1 + 2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{C.N. per l'isostaticità ok!}$$

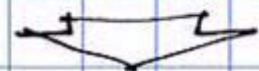
- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI:



CARRELLI B  $\Rightarrow$  CENTRO ASSOLUTO DI ROTAZIONE  $\equiv r$

CERNIERA D  $\Rightarrow$  CENTRO ASSOLUTO DI ROTAZIONE  $\equiv D$

$\nexists$  UN CENTRO ASSOLUTO DI ROTAZIONE



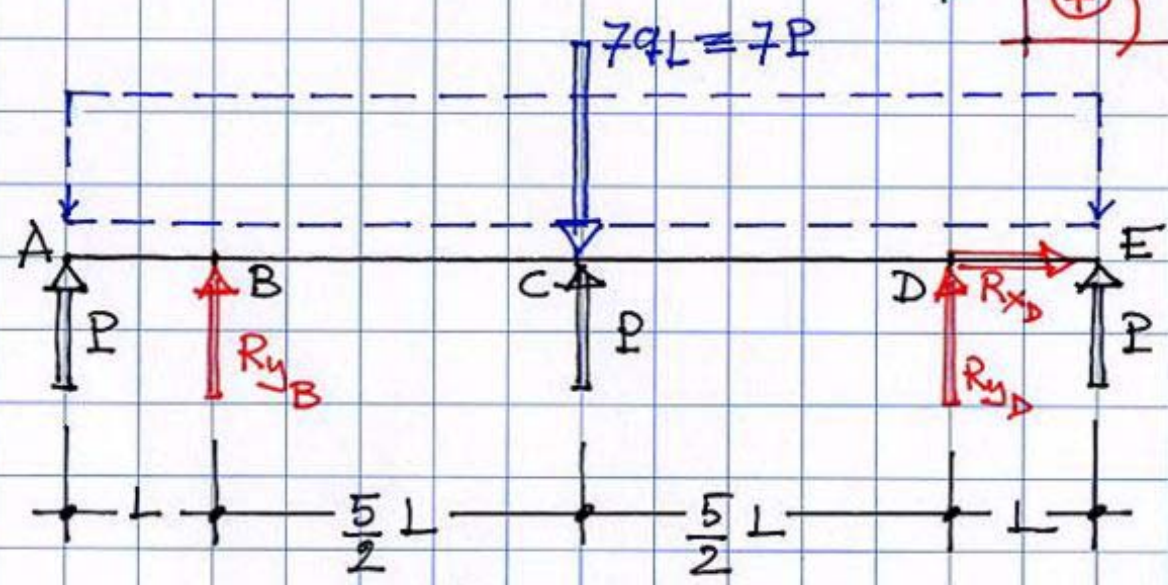
IL SISTEMA È ISOSTATICO!

# • DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

## RV - metodo analitico



1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari, a tal fine i vincoli sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare - Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{R_{x_D} = 0} \quad (1)$$

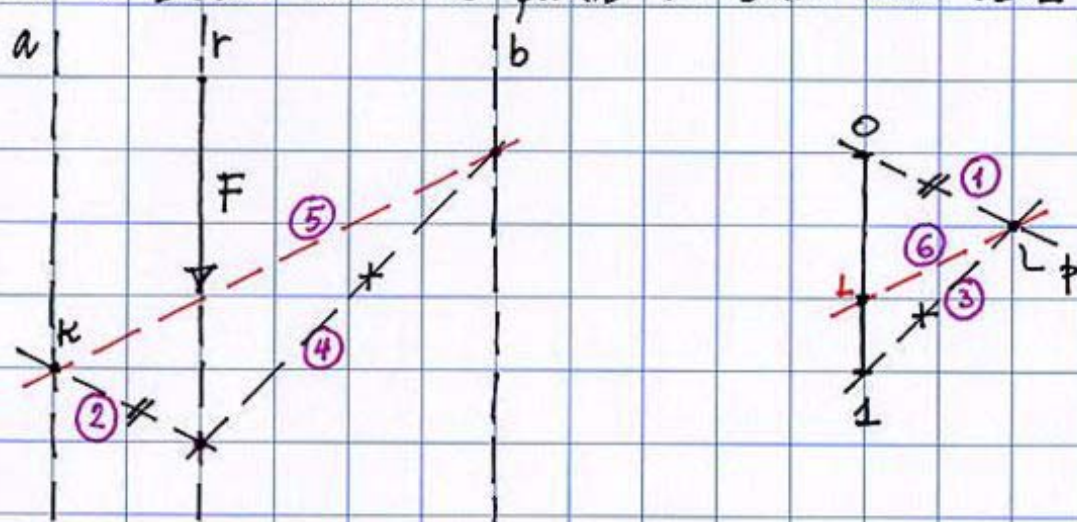
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P + R_{y_B} + P - 7P + R_{y_D} + P = 0 \Rightarrow \boxed{R_{y_B} = 2P} \quad (3)$$

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow -P \cdot \frac{7L}{2} - R_{y_B} \cdot \frac{5L}{2} + R_{y_D} \cdot \frac{5L}{2} + P \cdot \frac{7L}{2} = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{R_{y_B} = R_{y_D}} \quad (2)$$

N.B.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risultato;  
(3) = terzo risultato (ottenuto per sostituzione di (2)).

## RV - metodo grafico

1. I carichi agenti sono tutte forze verticali parallele e, come è evidente, il sistema è simmetrico e simmetricamente caricato. Risulta immediato determinare la risultante; essa è una forza verticale applicata nella mezziera della trave (cioè nella sezione C), e diretta verso il basso ed ha modulo  $4P$ .
2. La componente orizzontale della reazione della cerniera D è quindi nulla, le componenti di reazione verticale dei due vincoli sono uguali, dirette verso l'alto e di modulo pari a  $2P$ .
3. Si illustra di seguito la scomposizione grafica di una forza secondo due rette, a e b, parallele alla sua retta d'azione, r, e poste a distanze diverse da essa. I numeri in viola indicano l'ordine delle operazioni da eseguire. In nero la situazione di partenza in cui il segmento  $\overline{O1}$  (pari al modulo di  $\vec{F}$ ) è proiettato da un polo p scelto ad arbitrio. Ad arbitrio è scelto anche il punto k sulla retta a.



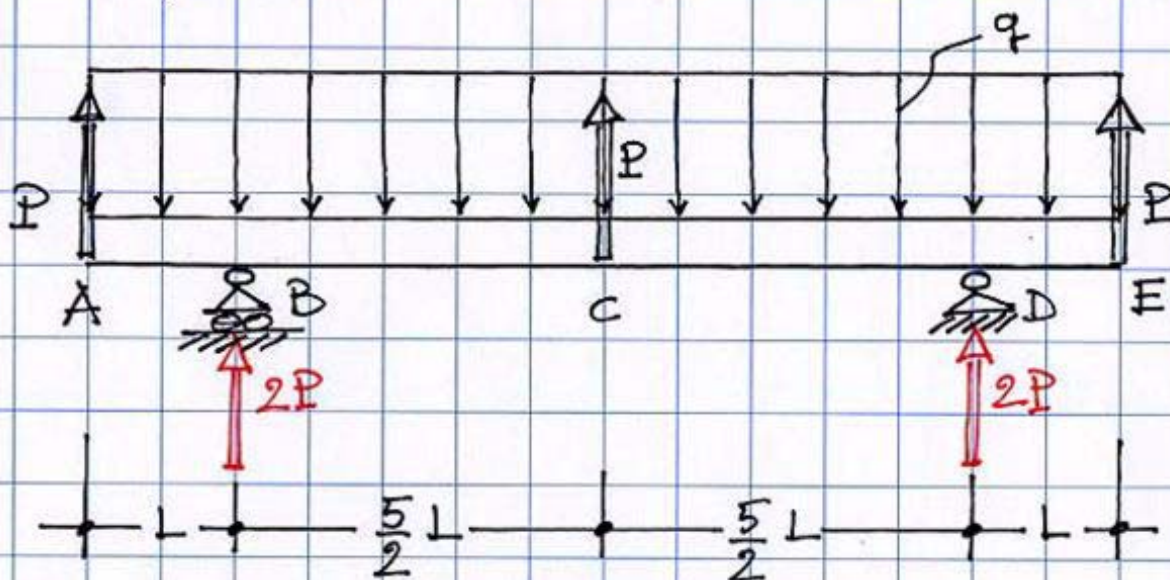
La proiettante ⑥ individua sul segmento  $\overline{O1}$  due segmenti,  $\overline{O1}$  ed  $\overline{11}$  pari, rispettivamente, alle componenti di F su a e b.

4. Il caso in esame è quello in cui  $a$  e  $b$  sono le rette d'azione delle reazioni verticali dei vincoli;  $r$  è la retta d'azione della risultante ( $4P$ ) - Le distanze di  $a$  e  $b$  da  $r$  sono uguali ovviamente!

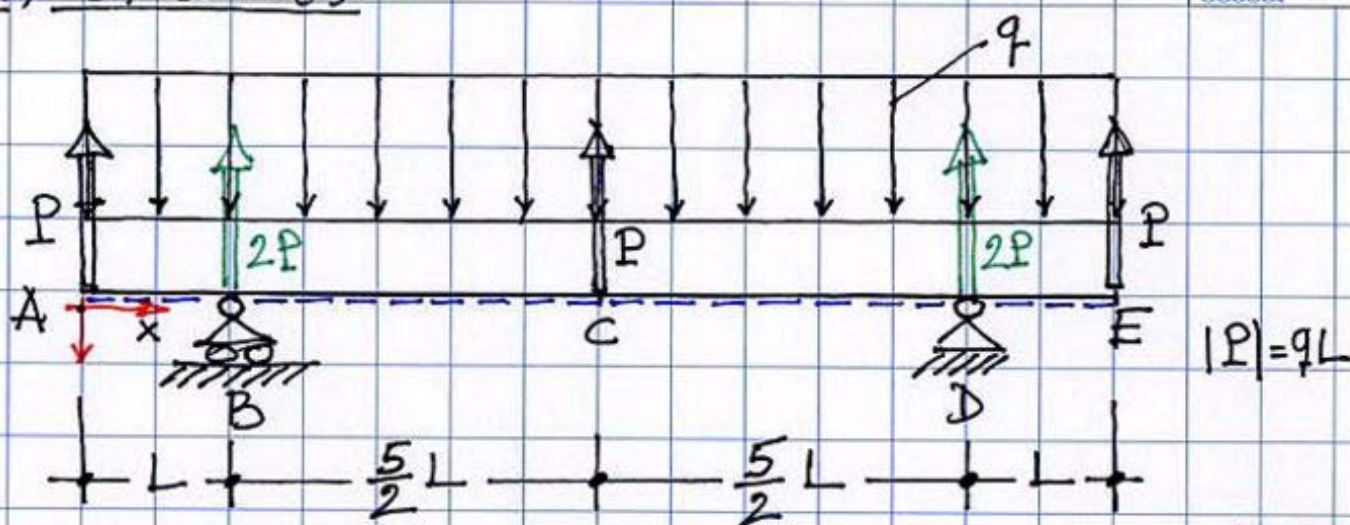
5. Le componenti della risultante dei carichi su  $a$  e  $b$ , individuate come prima descritto, sono uguali e pari in modulo a  $2P$  (essendo uguali le distanze) e se prese con verso opposto sono ovviamente le reazioni dei vincoli.

Si ha in definitiva:

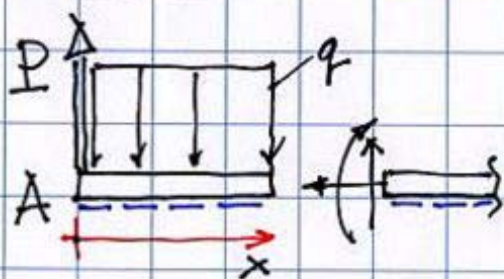
$$|P| = qL$$



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE  
CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di  
 $N(x)$ ,  $T(x)$  ed  $M(x)$ .



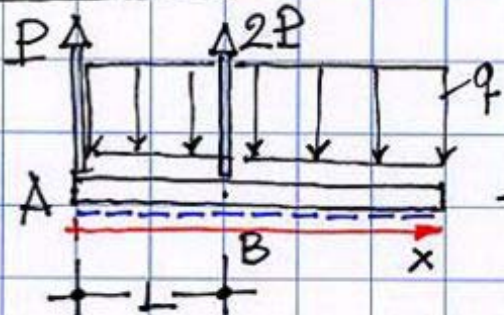
TRATTO AB  $0 \leq x \leq L$



$$N(x) = 0; \quad T(x) = P - qx \quad \left\{ \begin{array}{l} T_A = T(x)|_{x=0} = P \\ T_B = T(x)|_{x=L} = 0 \end{array} \right.$$

$$M(x) = Px - \frac{qx^2}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_A = M(x)|_{x=0} = 0 \\ M_B = M(x)|_{x=L} = \frac{PL}{2} \end{array} \right.$$

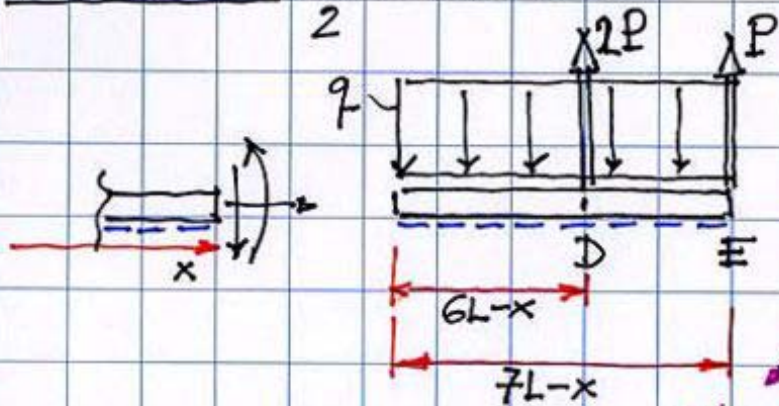
TRATTO BC  $L \leq x \leq \frac{7L}{2}$



$$N(x) = 0; \quad T(x) = P + 2P - qx \quad \left\{ \begin{array}{l} T_B = T(x)|_{x=L} = 2P \\ T_C = T(x)|_{x=\frac{7L}{2}} = -\frac{P}{2} \end{array} \right.$$

$$M(x) = Px + 2P(x-L) - \frac{qx^2}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_B = M(x)|_{x=L} = \frac{PL}{2} \\ M_C = M(x)|_{x=\frac{7L}{2}} = \frac{19}{8} PL \end{array} \right.$$

TRATTO CD  $\frac{7L}{2} \leq x \leq 6L$



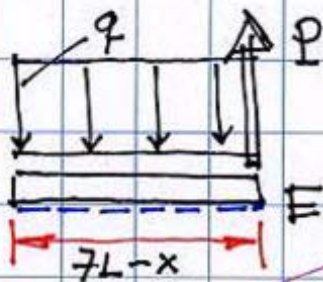
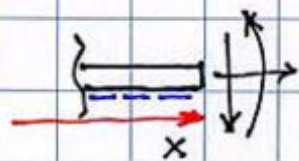
$$N(x) = 0; \quad T(x) = -P - 2P + q(7L - x)$$

$$M(x) = P(7L - x) + 2P(6L - x) - \frac{q(7L - x)^2}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_C = T(x)|_{x=\frac{7L}{2}} = \frac{P}{2} \\ T_D = T(x)|_{x=6L} = -2P \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_C = M(x)|_{x=\frac{7L}{2}} = \frac{19}{8} PL \\ M_D = M(x)|_{x=6L} = \frac{PL}{2} \end{array} \right.$$

TRATTO DE

$$6L \leq x \leq 7L$$



$$N(x) = 0;$$

$$T(x) = -P + q(7L - x)$$

$$T_D = T(x)|_{x=6L} = 0$$

$$T_E = T(x)|_{x=7L} = -P$$

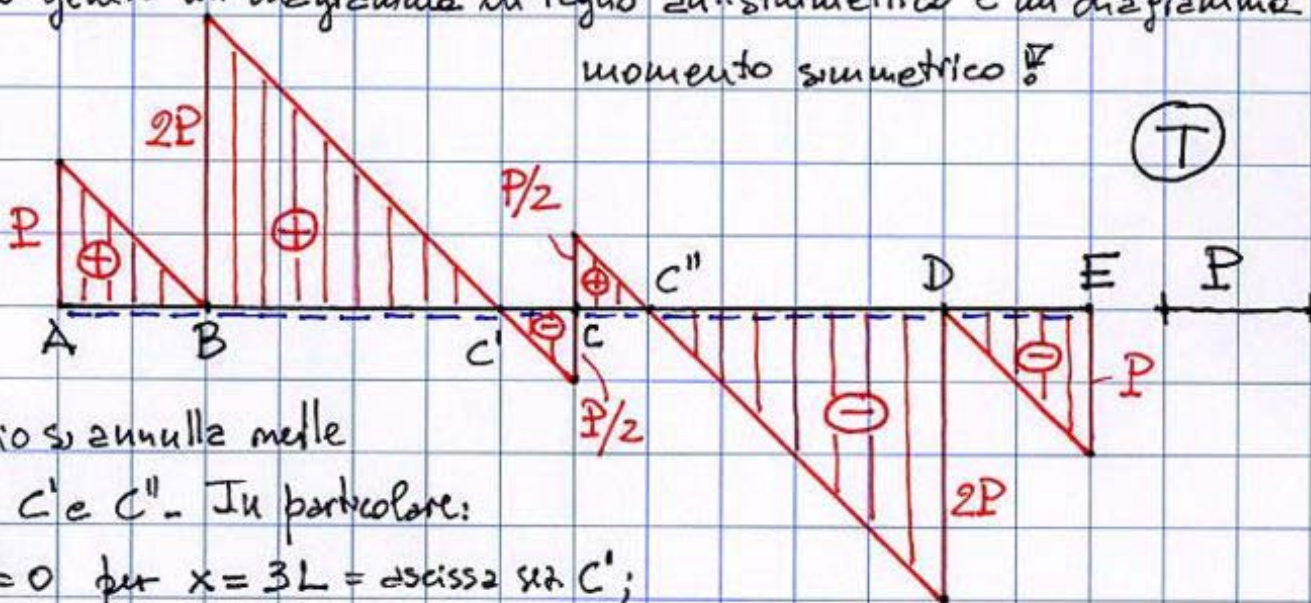
$$M(x) = P(7L - x) - \frac{q(7L - x)^2}{2}$$

$$M_D = M(x)|_{x=6L} = \frac{PL}{2}; \quad M_E = M(x)|_{x=7L} = 0$$



CS - diagrammi

Lo sforzo normale è ovunque nullo. La simmetria geometrica e di carico genera un diagramma di taglio antisimmetrico e un diagramma di momento simmetrico.



Il taglio si annulla nelle sezioni  $C'$  e  $C''$ . In particolare:

$$T(x)^{BC} = 0 \text{ per } x = 3L = \text{ascissa sez. } C';$$

$$T(x)^{CD} = 0 \text{ per } x = 4L = \text{ascissa sez. } C''.$$

In tali sezioni il momento è max  $\rightarrow M_{max}^{BC} = M_{C'} = M(x)^{BC}|_{x=3L} = \frac{5}{2} PL;$

$$M_{max}^{CD} = M_{C''} = M(x)^{CD}|_{x=4L} = \frac{5}{2} PL.$$

