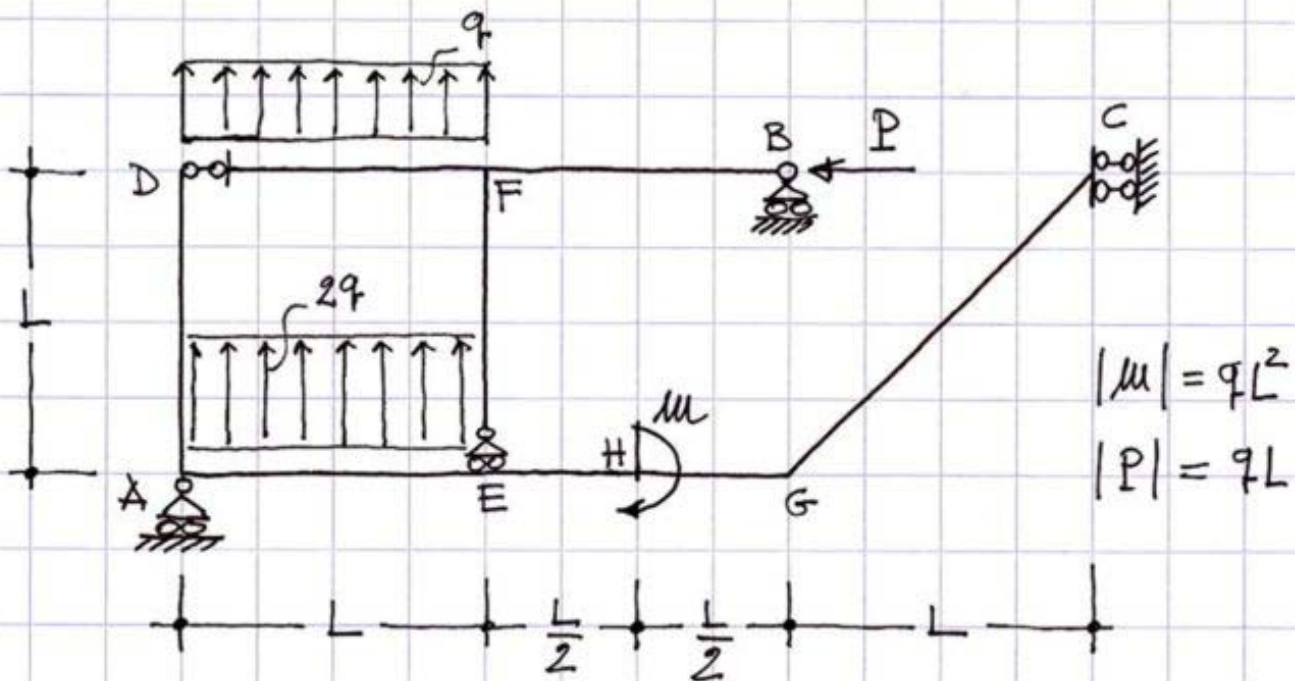


ESERCIZIO # 3

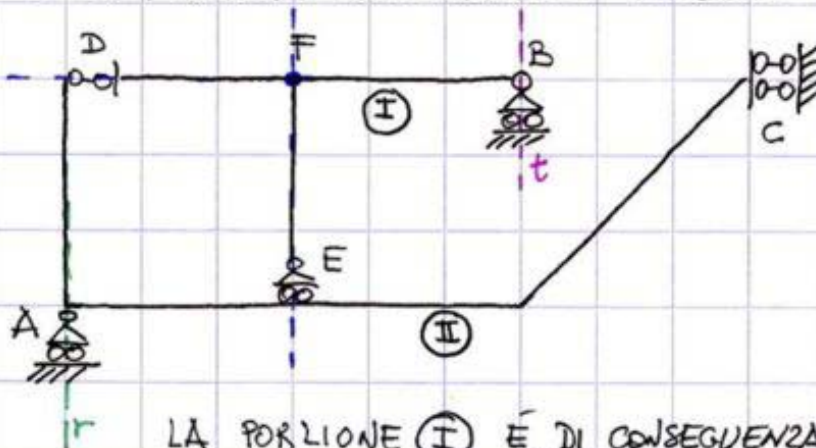
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (R_X), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1 + 1 + 1 + 1 + 2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{C.N. per l'isost. OK!}$$

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



LA PORZIONE ② È VINCOLATA IN MODO EFFICACE, INFATTI:

CARRELLI A \Rightarrow C.A.^I \in r
 BIPENDELO C \Rightarrow C.A.^I \equiv R_∞ \Rightarrow C.A.^I

LA PORZIONE ① È, DI CONSEGUENZA, VINCOLATA IN MODO EFFICACE,

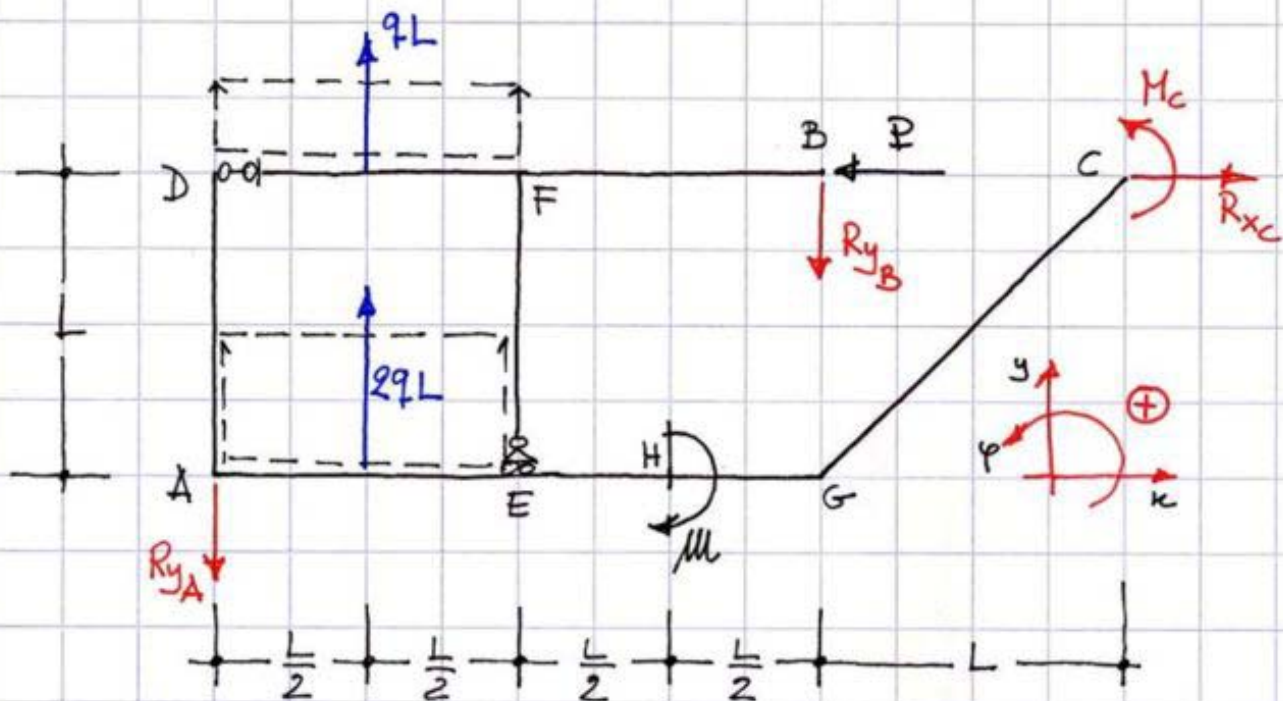
INFATTI: PENDOLO D + CARRELLI E = CERNIERA IDEALE F \Rightarrow C.A.^I \equiv F
 CARRELLI B \Rightarrow C.A.^I \in t

\nRightarrow C.A.^I

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

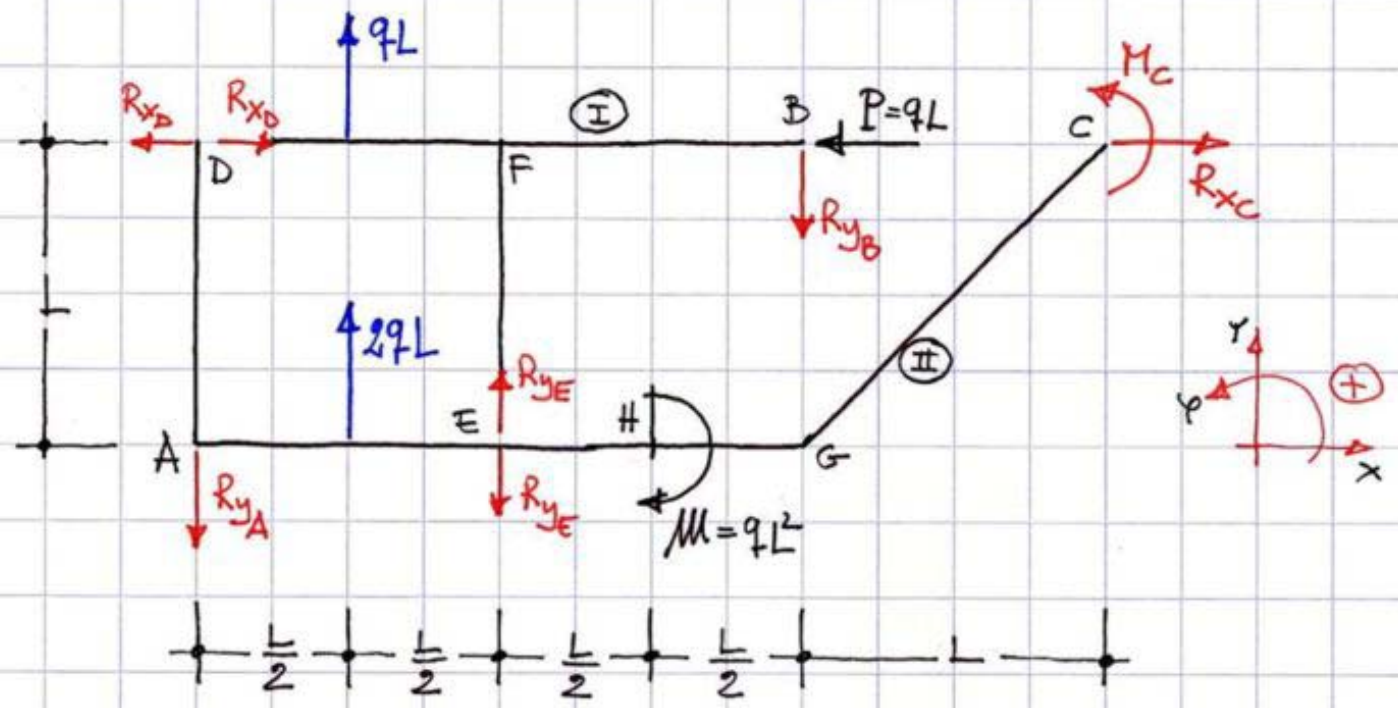
RV - metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.



2. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni, eliminando tali vincoli e sostituendoli con le reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esprimere si possono scrivere: 3 equazioni di equilibrio globale nelle 4 incognite R_{yA} , R_{yB} , R_{xC} ed M_C ed una equazione di equilibrio parziale relativa, per esempio, alla porzione \textcircled{I} imponendo l'equilibrio alla rotazione di \textcircled{I} intorno alla cerniera ideale F.
3. Quanto sopra consentirebbe ovviamente di determinare tutte le componenti di reazioni vincolari esterne; il sistema tuttavia presenterebbe ancora un campo chiuso. Si dovrebbe allora procedere alla rimozione di uno dei due vincoli interni D o E e alla determinazione della relativa reazione interna. Rimuovendo D, per esempio, R_{x_D} si ottiene dalle $\sum \mathcal{F}_x^{\textcircled{I}} = 0$.

4. Nel caso in esame sembra più immediato eliminare tutti i vincoli (interni ed esterni) ed imporre 3 equazioni di equilibrio per ogni porzione di struttura.

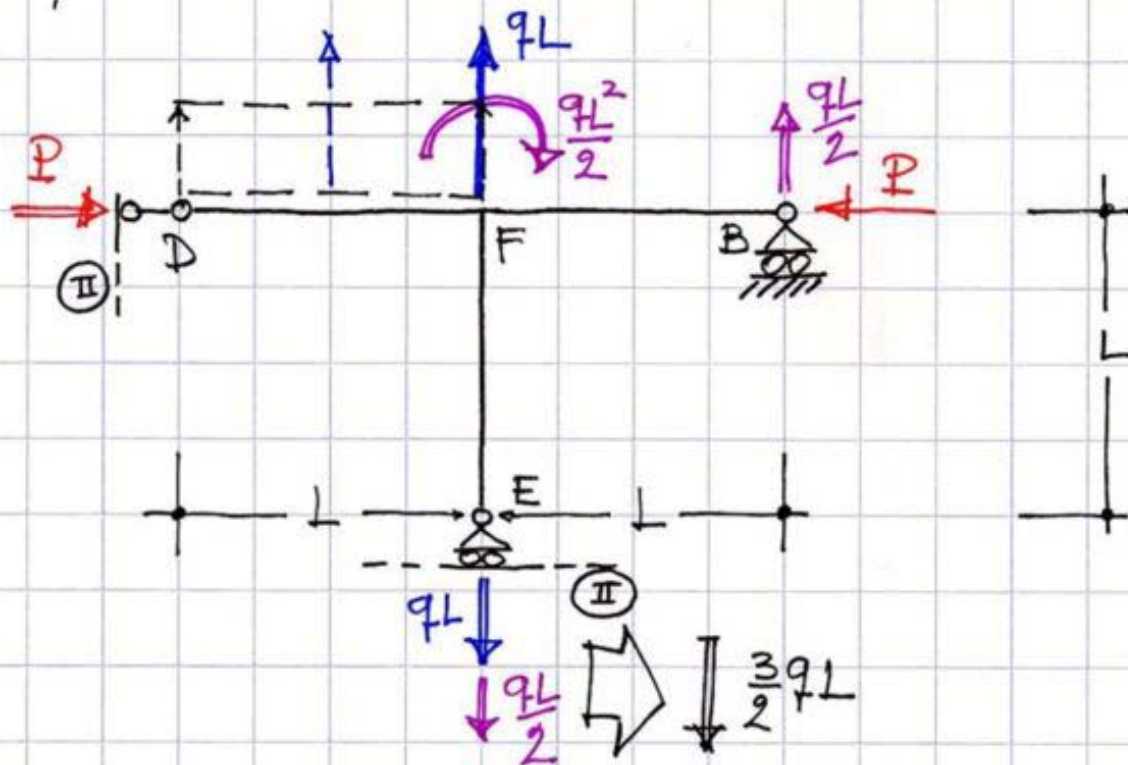


$$\begin{aligned}
 \sum F_x^{(I)} = 0 &\rightarrow R_{xD} - qL = 0 \rightarrow R_{xD} = qL \quad (1) \\
 \sum F_y^{(I)} = 0 &\rightarrow qL + R_{yE} - R_{yB} = 0 \rightarrow R_{yB} = -\frac{qL}{2} \quad (3) (*) \\
 \sum M_B^{(I)} = 0 &\rightarrow -qL \cdot \frac{3}{2}L - R_{yE} \cdot L = 0 \rightarrow R_{yE} = -\frac{3}{2}qL \quad (2) (*) \\
 \sum F_x^{(II)} = 0 &\rightarrow -R_{xD} + R_{xC} = 0 \rightarrow R_{xC} = qL \quad (4) \\
 \sum F_y^{(II)} = 0 &\rightarrow -R_{yA} + 2qL - R_{yE} = 0 \rightarrow R_{yA} = \frac{7}{2}qL \quad (5) \\
 \sum M_C^{(II)} = 0 &\rightarrow R_{yA} \cdot 3L - 2qL \cdot \frac{5}{2}L + R_{yE} \cdot 2L - qL^2 + M_C = 0 \rightarrow M_C = -\frac{3}{2}qL^2 \quad (6) (*)
 \end{aligned}$$

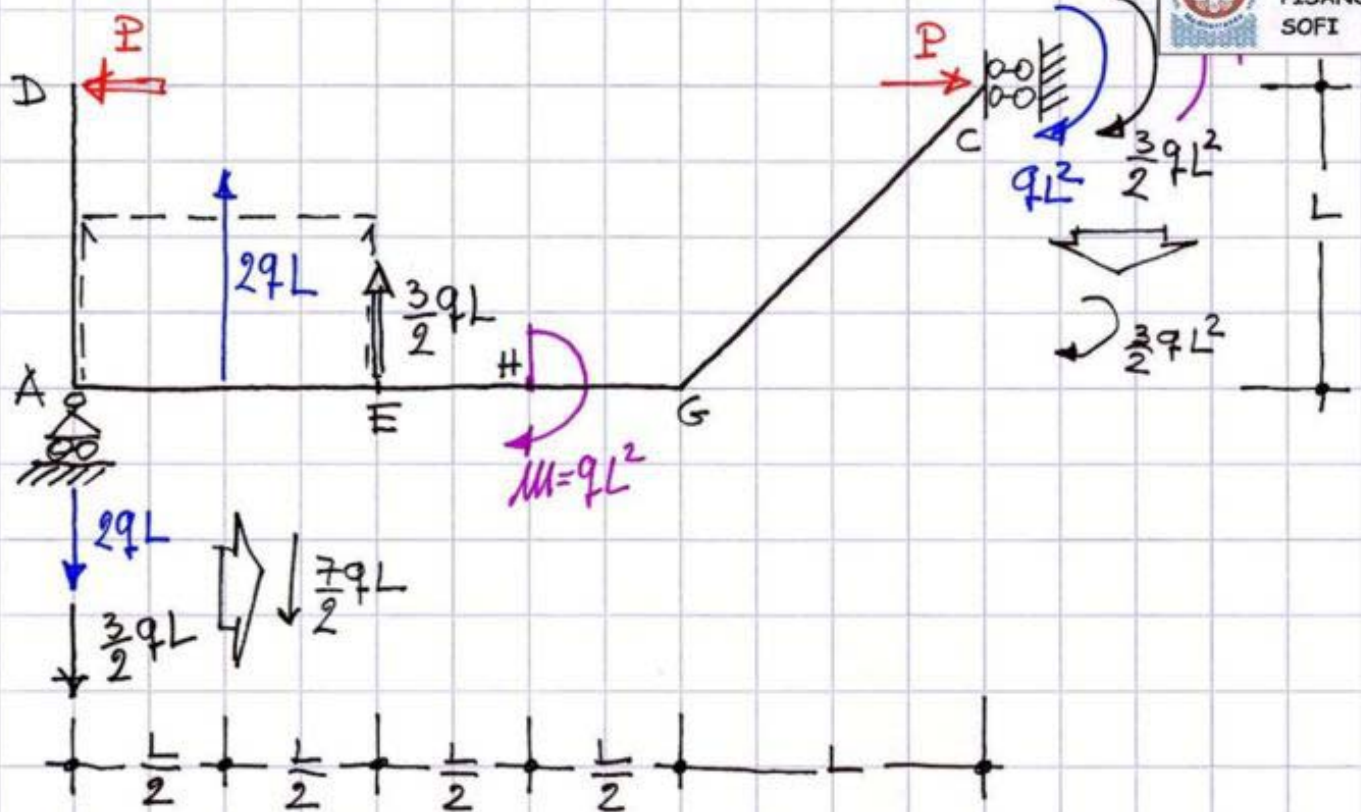
N.B.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risult.; ...
 (*) Il valore trovato è negativo! il verso effettivo è opposto a quello ipotizzato!

RV - metodo grafico

1. Il sistema non è "isostatico per vincoli esterni", infatti risulta $\mu_e = 4$; la porzione ① è però un "tratto isostatico" (cioè relativamente ad essa è $\mu_e + \mu_i = 3$) e può quindi essere risolta graficamente come illustrato nello schema che segue. A tale scopo è utile traslare il carico qL agente sul tratto DF sulla verticale FE.
2. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti - ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

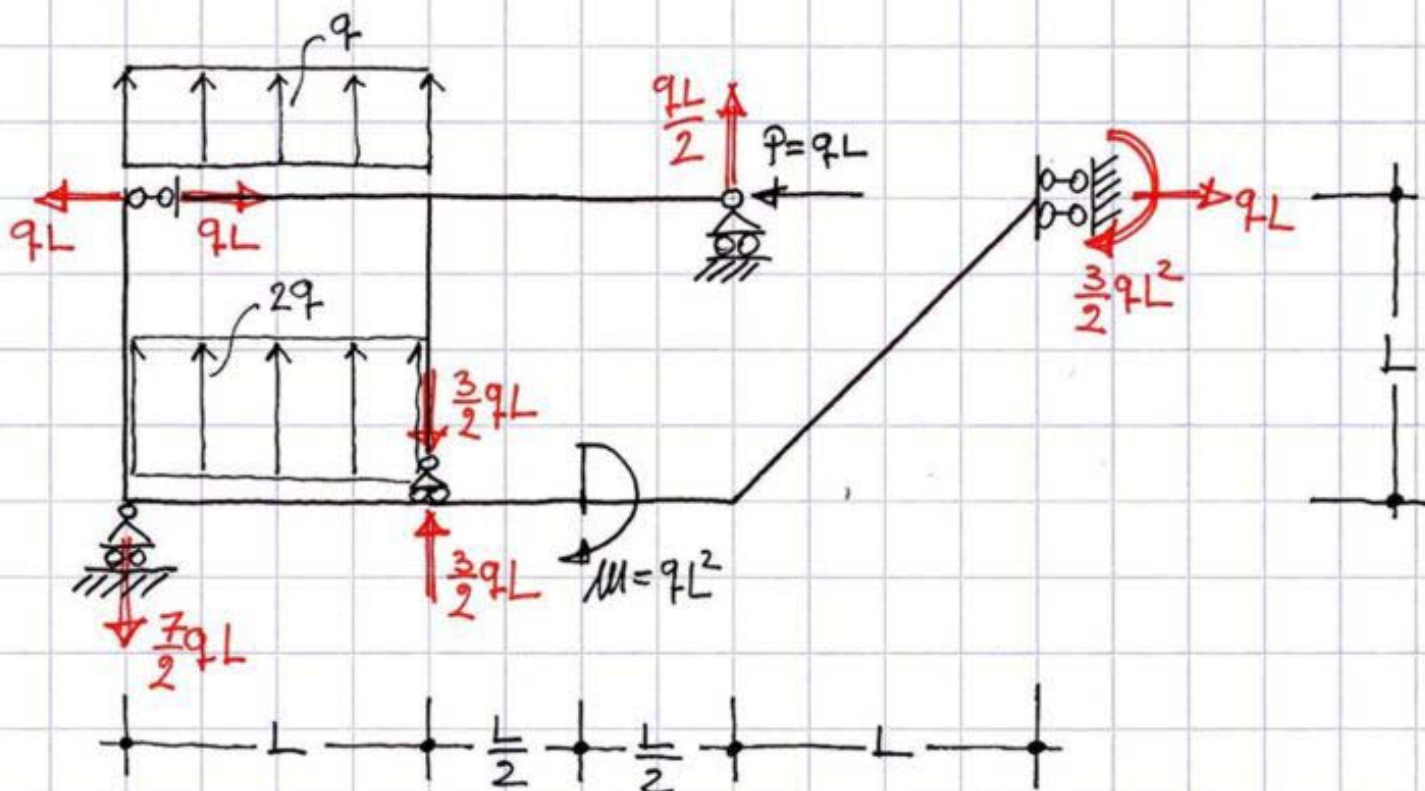


3. Si può risolvere adesso la porzione ① "caricata" dalle reazioni R_D ed R_E ormai note (si applicano le opposte di quelle determinate su ①) oltre, ovviamente, ^{che} dai carichi assegnati.



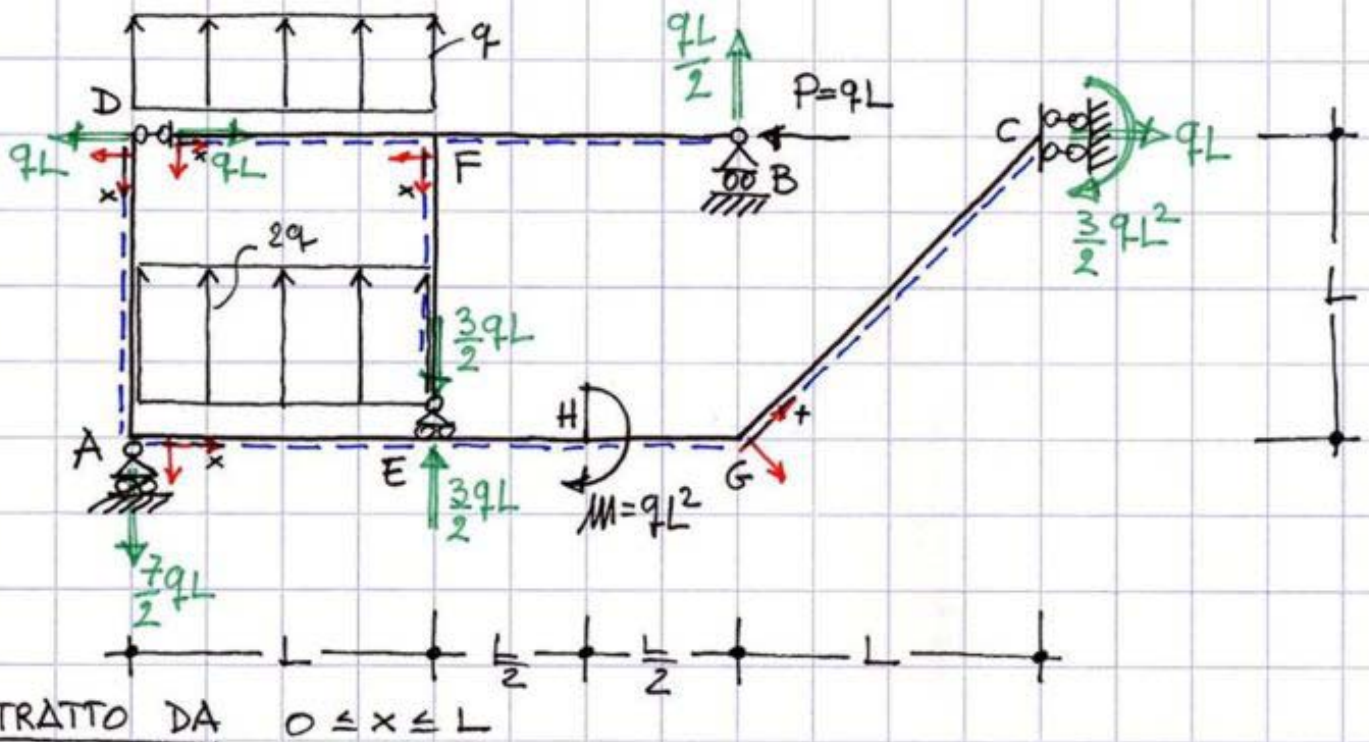
4. È facile verificare che i risultati ottenuti coincidono con quelli determinati per via analitica.

Si ha in definitiva:



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS)

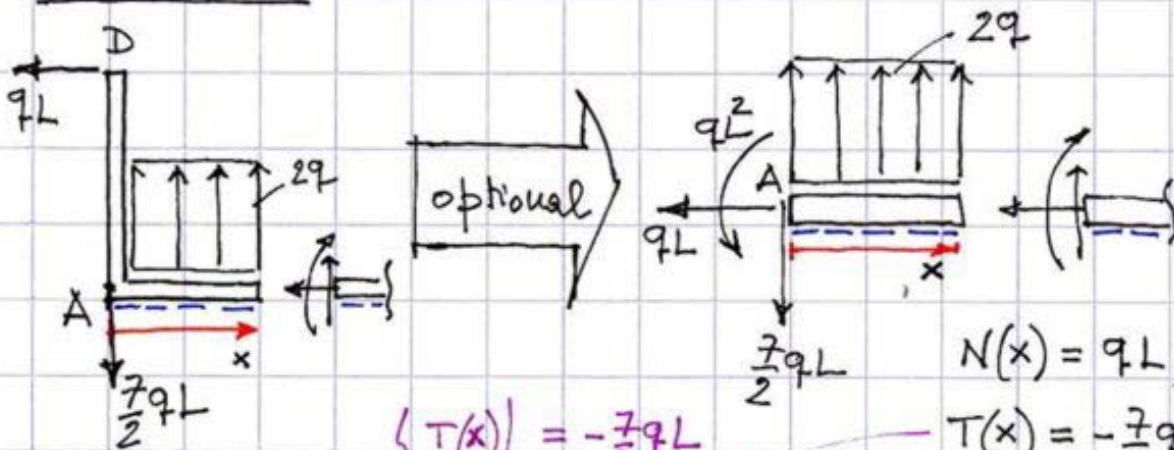
CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.



$$N(x) = 0; \quad T(x) = -qL;$$

$$M(x) = -qLx \quad \begin{cases} M(x)|_{x=0} = 0 \\ M(x)|_{x=L} = -qL^2 \end{cases}$$

TRATTO AE $0 \leq x \leq L$



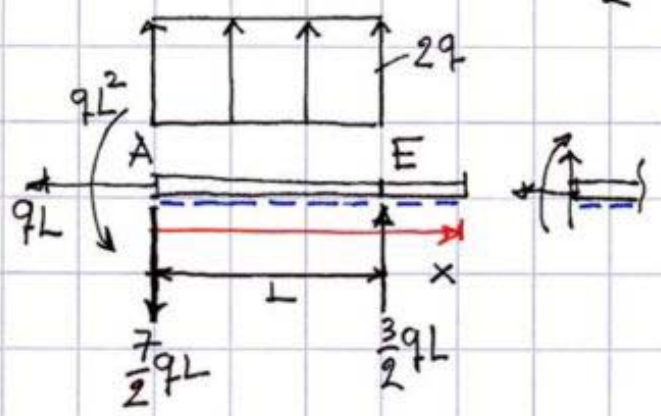
$$N(x) = qL;$$

$$T(x) = -\frac{7}{2}qL + 2qx$$

$$M(x) = -qL^2 - \frac{7}{2}qLx + 2qx \cdot \frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} M(x)|_{x=0} = -qL^2 \\ M(x)|_{x=L} = -\frac{7}{2}qL^2 \end{cases} \quad \begin{cases} T(x)|_{x=0} = -\frac{7}{2}qL \\ T(x)|_{x=L} = -\frac{3}{2}qL \end{cases}$$

TRATTO EH $L \leq x \leq \frac{3}{2}L$



$$N(x) = qL;$$

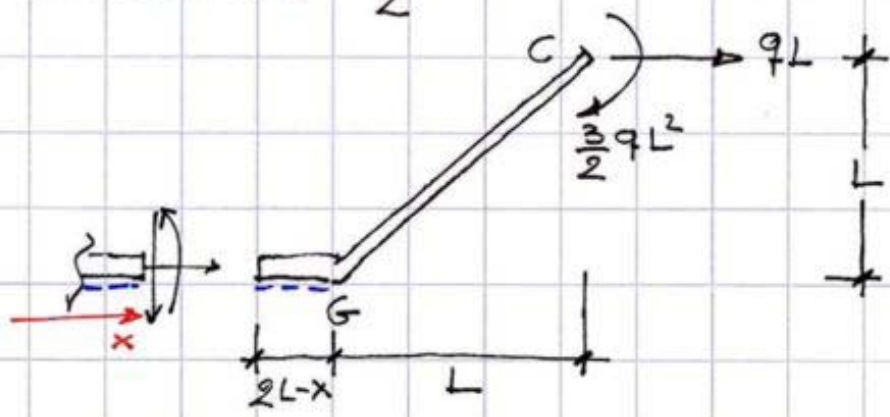
$$T(x) = 0;$$

$$M(x) = -qL^2 - \frac{7}{2}qL \cdot x + \frac{3}{2}qL(x-L) + 2qL(x-\frac{1}{2}L)$$

$$\left\{ \begin{aligned} M(x)|_{x=L} &= -\frac{7}{2}qL^2 \\ M(x)|_{x=\frac{3}{2}L} &= -\frac{7}{2}qL^2 \end{aligned} \right.$$

$$M(x) = -\frac{7}{2}qL^2$$

TRATTO HG $\frac{3}{2}L \leq x \leq 2L$

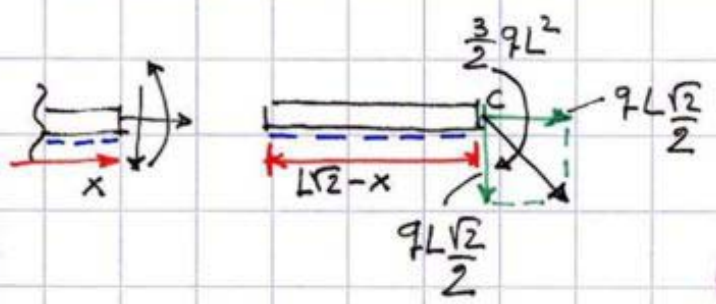


$$N(x) = qL;$$

$$T(x) = 0;$$

$$M(x) = -\frac{3}{2}qL^2 - qL^2 = -\frac{5}{2}qL^2$$

TRATTO GC $0 \leq x \leq L\sqrt{2}$

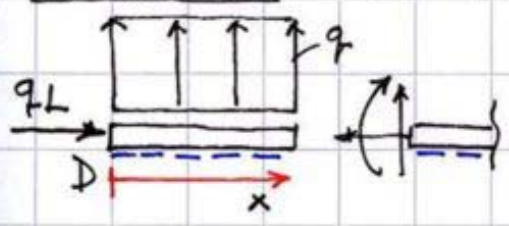


$$N(x) = qL\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad T(x) = qL\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$M(x) = -\frac{3}{2}qL^2 - qL\frac{\sqrt{2}}{2}(L\sqrt{2}-x)$$

$$\left\{ \begin{aligned} M(x)|_{x=0} &= -\frac{5}{2}qL^2 \\ M(x)|_{x=L\sqrt{2}} &= -\frac{3}{2}qL^2 \end{aligned} \right.$$

TRATTO DF $0 \leq x \leq L$

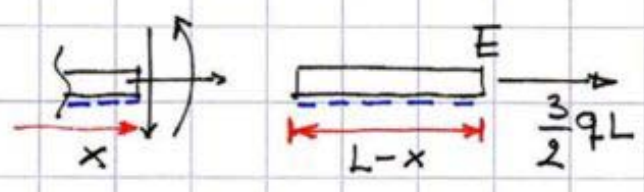


$$N(x) = -qL; \quad T(x) = qx$$

$$M(x) = \frac{qx^2}{2}$$

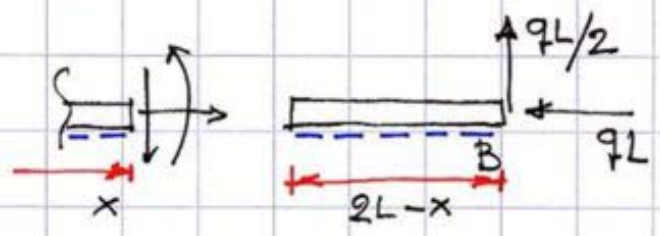
$$\left\{ \begin{aligned} T(x)|_{x=0} &= 0 \\ T(x)|_{x=L} &= qL \\ M(x)|_{x=0} &= 0 \\ M(x)|_{x=L} &= \frac{qL^2}{2} \end{aligned} \right.$$

TRATTO FE $0 \leq x \leq L$



$N(x) = \frac{3}{2} qL$;
 $T(x) = M(x) = 0$

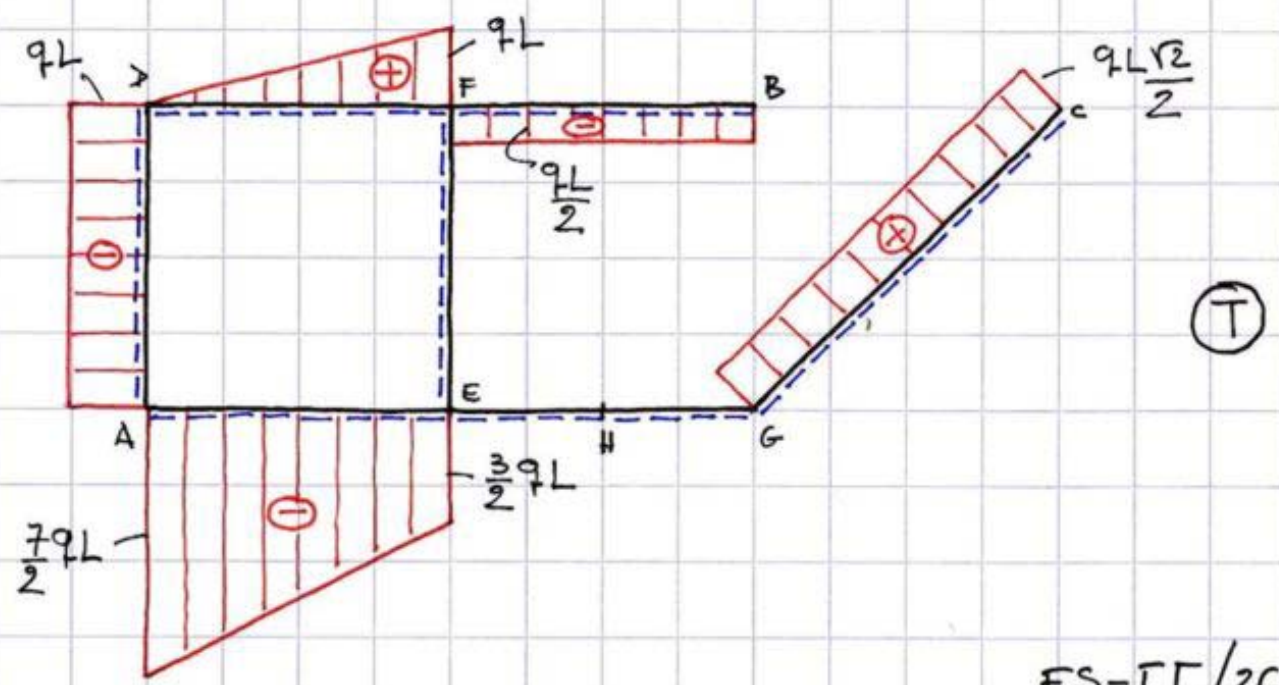
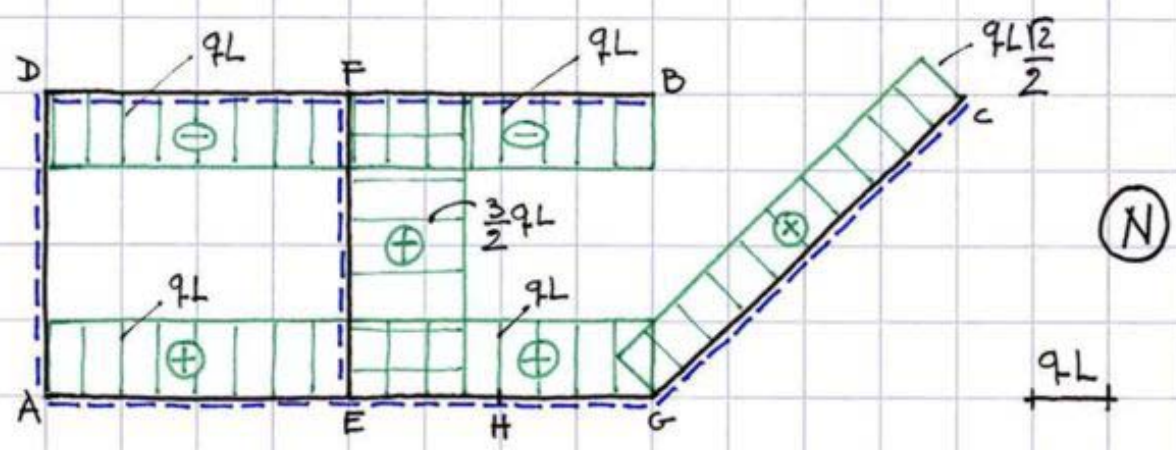
TRATTO FB $L \leq x \leq 2L$

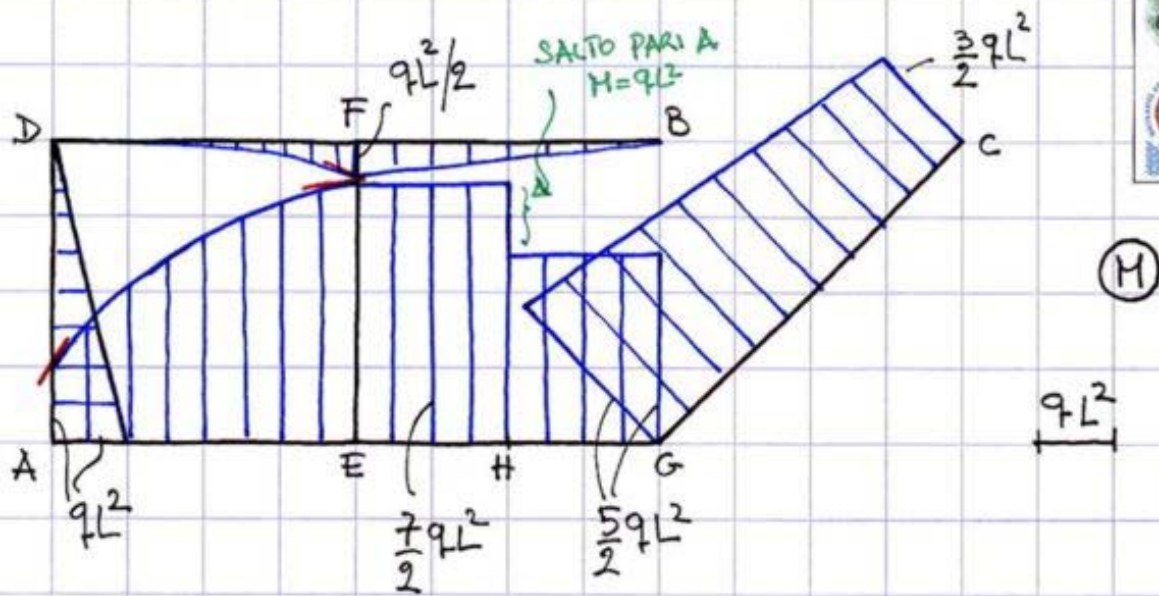


$N(x) = -qL$; $T(x) = \frac{qL}{2}$;
 $M(x) = \frac{qL}{2} (2L-x)$

Boundary conditions:
 $M(x)|_{x=L} = \frac{qL^2}{2}$
 $M(x)|_{x=2L} = 0$

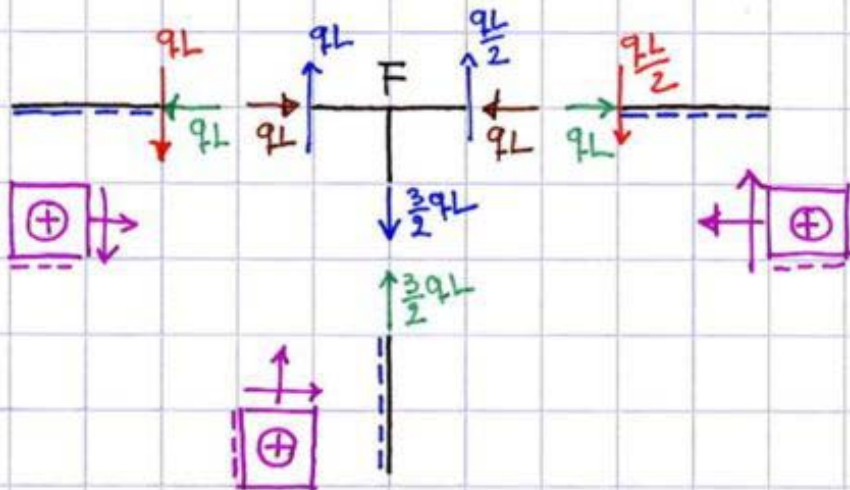
CS - diagrammi





• VERIFICHE AL NODO TRIPLO F

- alla traslazione (cfr. diagrammi N & T)



- alla rotazione (cfr. diagramma M)

