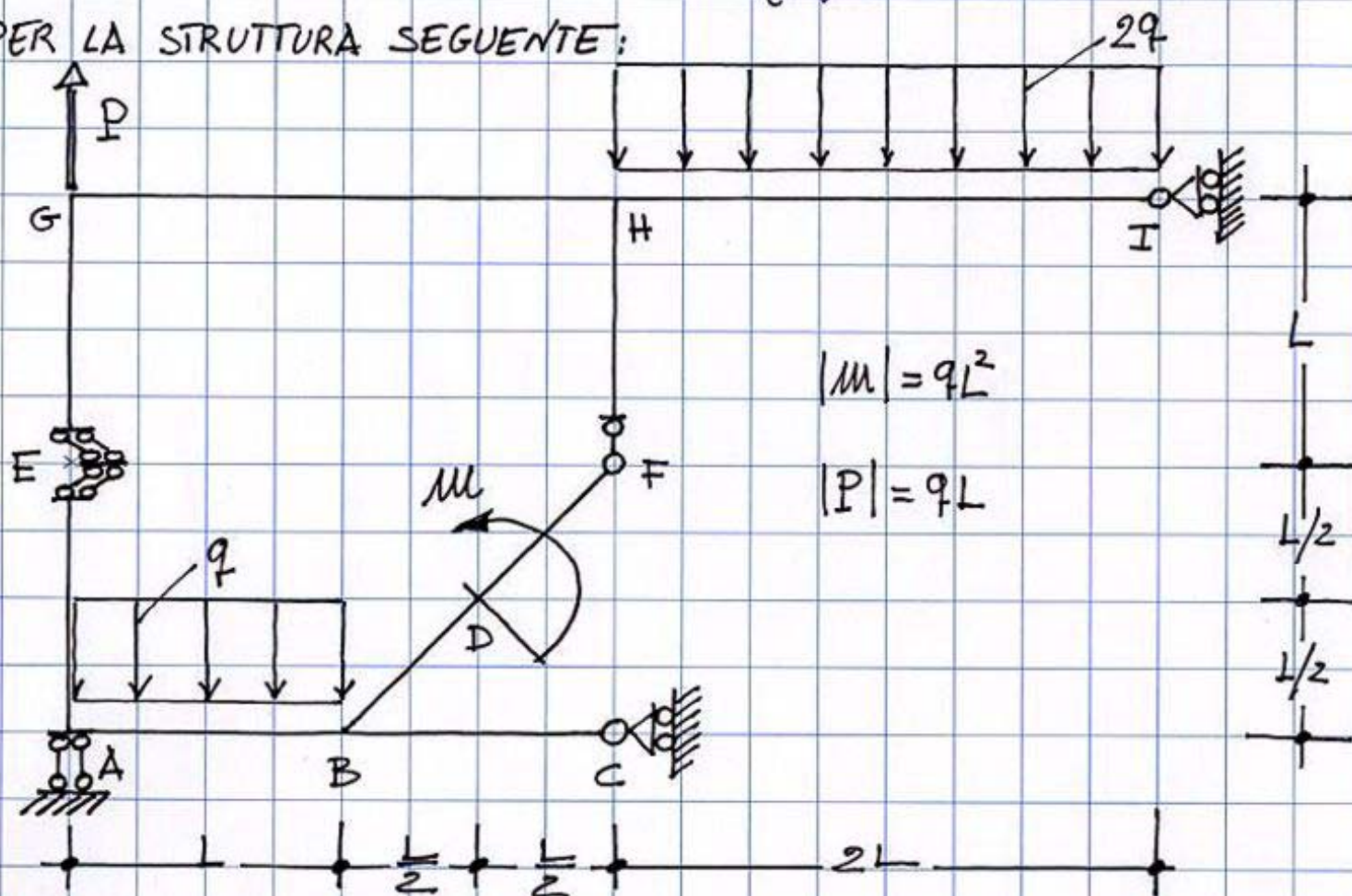


ESERCIZIO #6

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (R_V), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



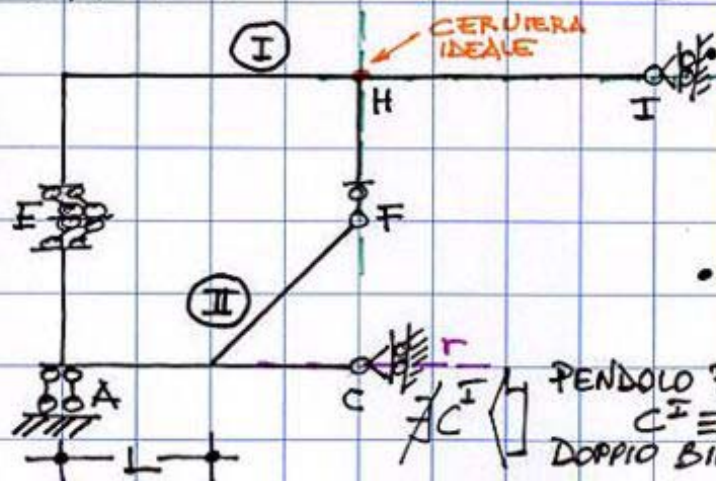
$$|M| = qL^2$$

$$|P| = qL$$

• GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - m_t = 3 \times 2 - (2 + 1 + 1 + 1 + 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{c.m. per l'isostaticità OK!}$$

• EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



LA PORZIONE (II) È VINCOLATA IN MODO EFFICACE, INFATTI:

CARRELLO C $\Rightarrow C^I \equiv r$
 DOPPIO PENDOLO A $\Rightarrow C^I \equiv R_{00}$

• LA PORZIONE (I) È DI CONSEGUENZA VINCOLATA IN MODO EFFICACE, INFATTI:

PENDOLO F + CARRELLO I = CERNIERA IDEALE IN H
 $C^I \equiv H$
 DOPPIO BIPENDOLO E $\Rightarrow C^I \equiv r_{00}$

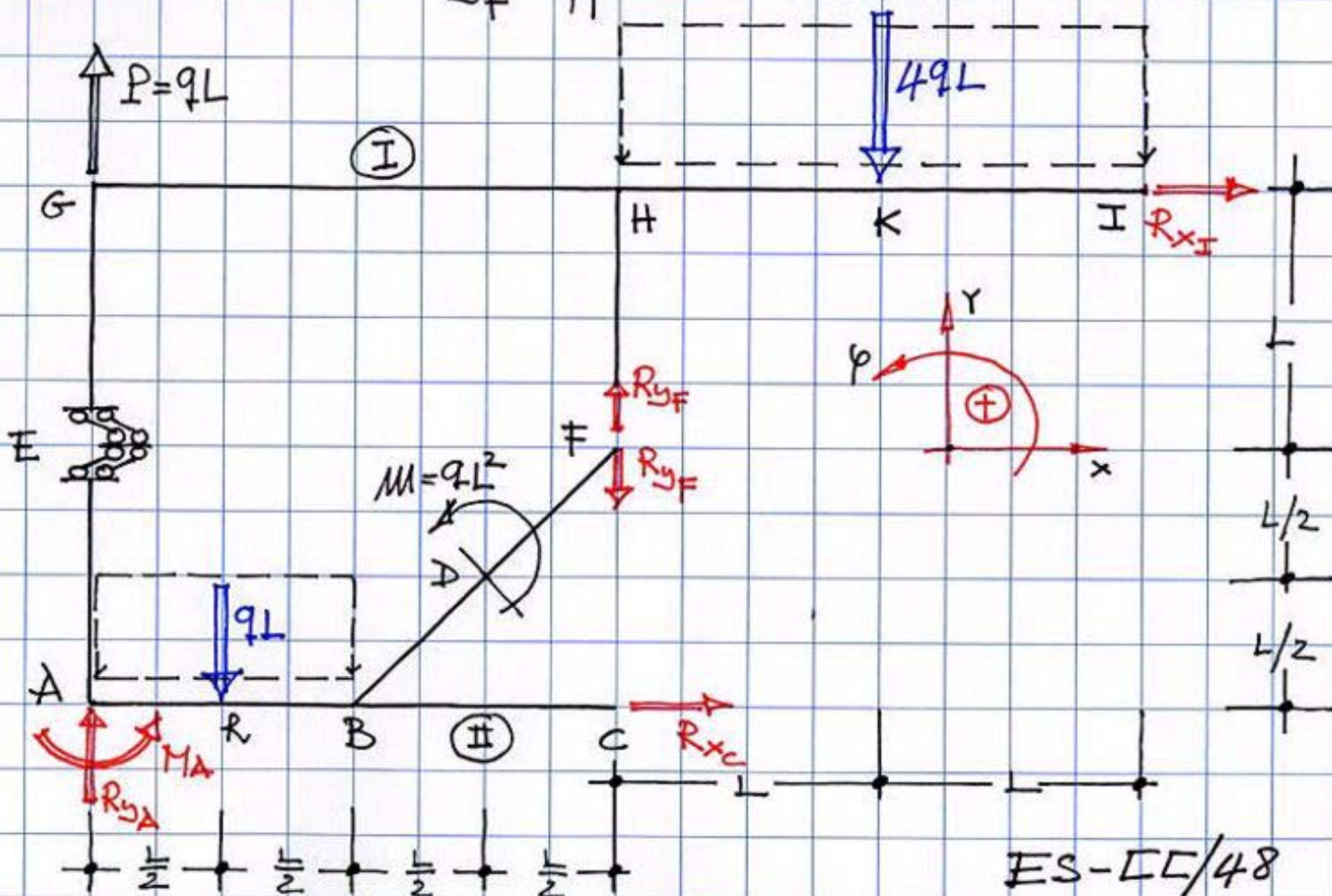
ES-LL/47

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico



1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Il sistema non è "isostatico per vincoli esterni" infatti $M_e = 4$; si scrivono 3 equazioni di equilibrio globale nelle 4 incognite reazioni esterne applicate con versi arbitrari e ignorando, in questa fase, la presenza dei vincoli interni.
3. La sconnessione del campo chiuso in corrispondenza di uno dei vincoli interni (sono entrambi di molteplicità 1) introduce un'ulteriore incognita ma consente di scrivere altre 2 equazioni di equilibrio parziale - Si ottiene così un sistema di 5 equazioni in 5 incognite.
4. Sconnettendo in F, per esempio, può imporsi l'equilibrio parziale della porzione ① coinvolgendo ovviamente la reazione mutua R_{yF} applicata con verso arbitrario.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{x_I} + R_{x_c} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_c} = 0} \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} + P - qL - 4qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = 4qL} \quad (1)$$

$$\sum M_G = 0 \rightarrow M_A - qL \cdot \frac{L}{2} + qL^2 + R_{x_c} \cdot 2L - 4qL \cdot 3L = 0 \rightarrow \boxed{M_A = \frac{23qL^2}{2}} \quad (5)$$

$$\sum F_x^I = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_I} = 0} \quad (2)$$

$$\sum F_y^I = 0 \rightarrow P + R_{y_F} - 4qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_F} = 3qL} \quad (3)$$

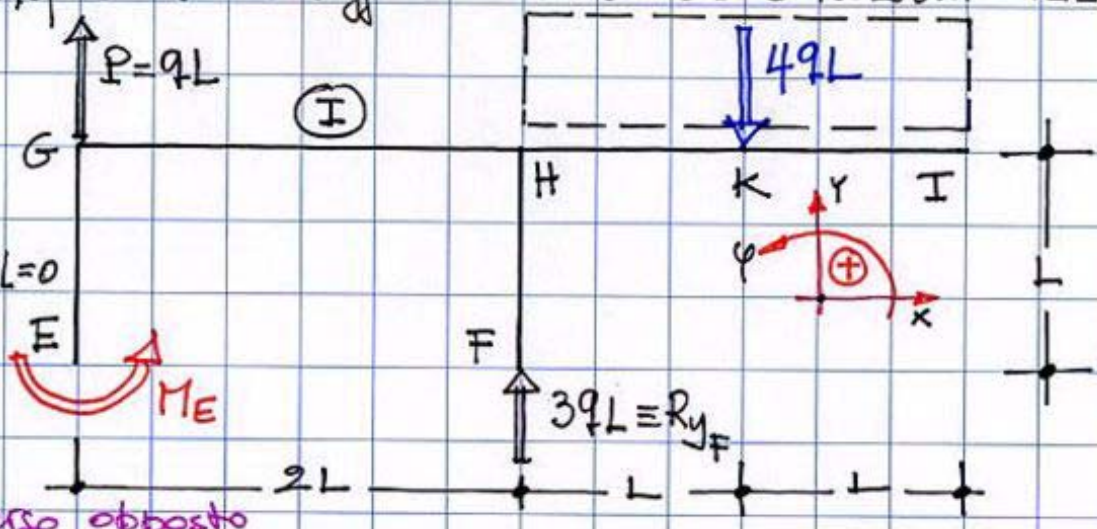
La reazione di segno opposto agisce su (II) !!

5. Il calcolo di M_E può effettuarsi imponendo l'equilibrio alla rotazione di (I), quest'ultimo soggetto di carichi e alle reazioni note.

$$\sum M_G^I = 0$$

$$M_E + 3qL \cdot 2L - 4qL \cdot 3L = 0$$

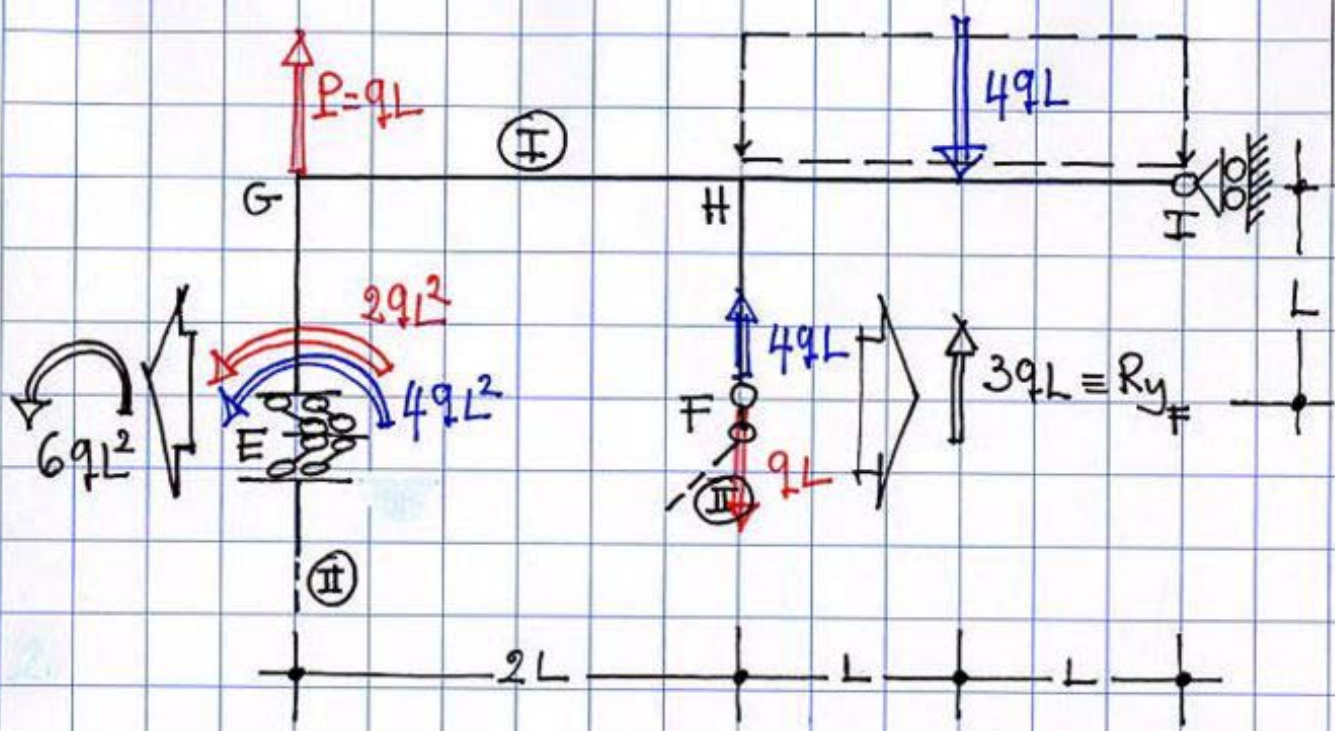
$$\boxed{M_E = 6qL^2}$$



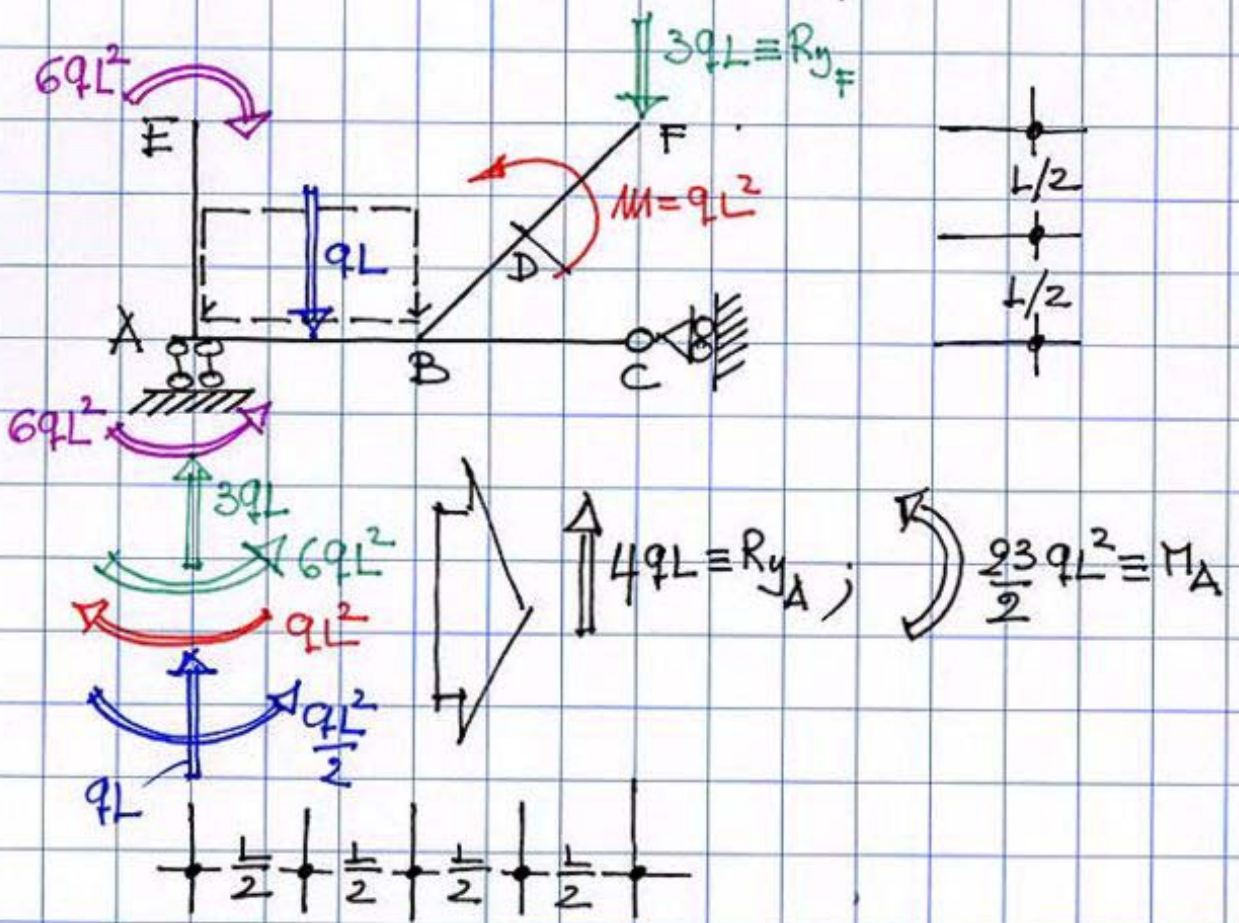
La coppia di verso opposto agisce sulle porzioni (II).

RV - metodo grafico

1. Il sistema non è "isostatico per vincoli esterni" ($\mu_e = 4$), presenta però una porzione, la (I), con $\mu_e + \mu_i = 3$. Si risolve tale porzione applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. Ogni colore individua una supposta condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

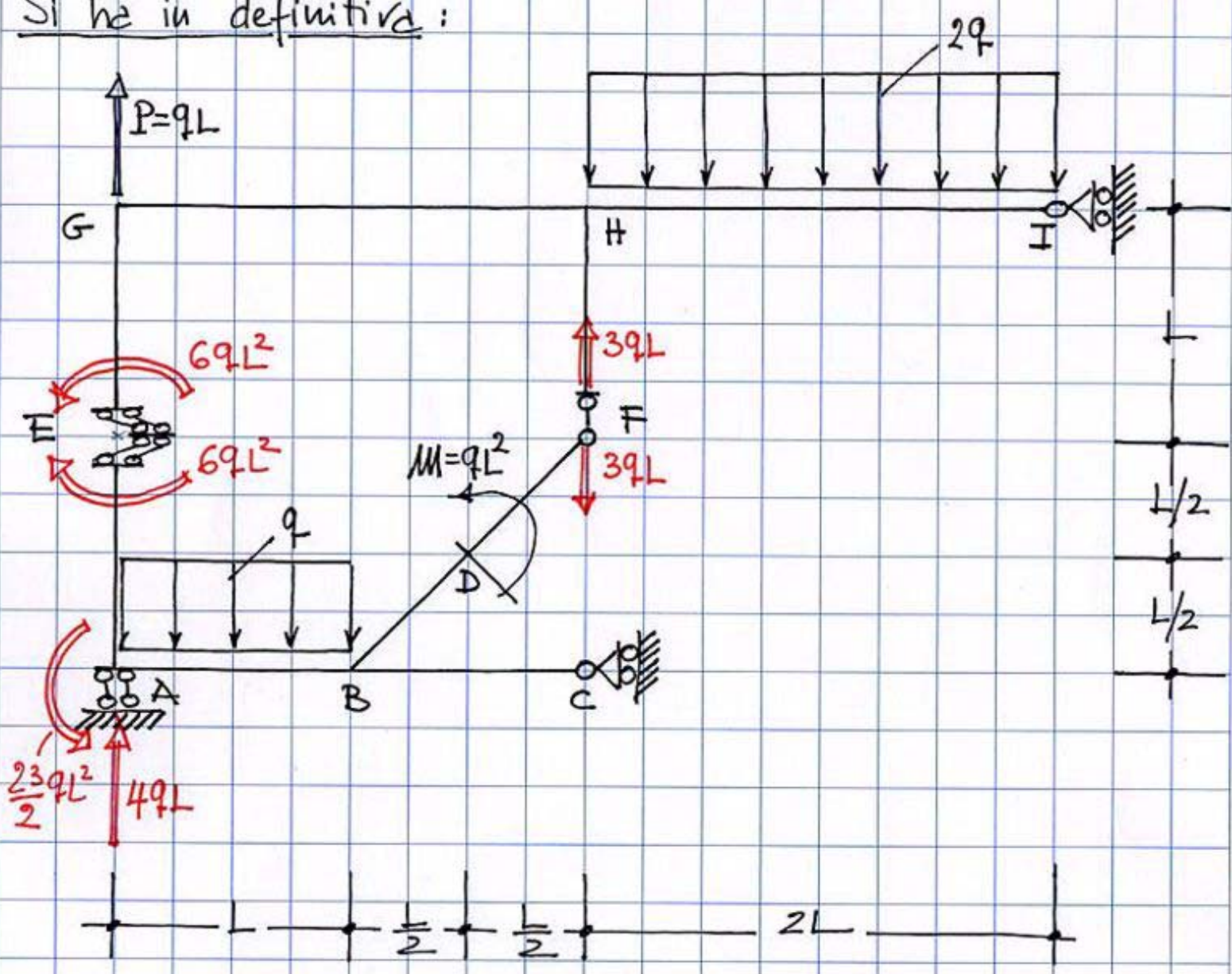


2. Si può quindi risolvere (II) soggetta ai carichi applicati e alle reazioni dei vincoli interni prima calcolate -



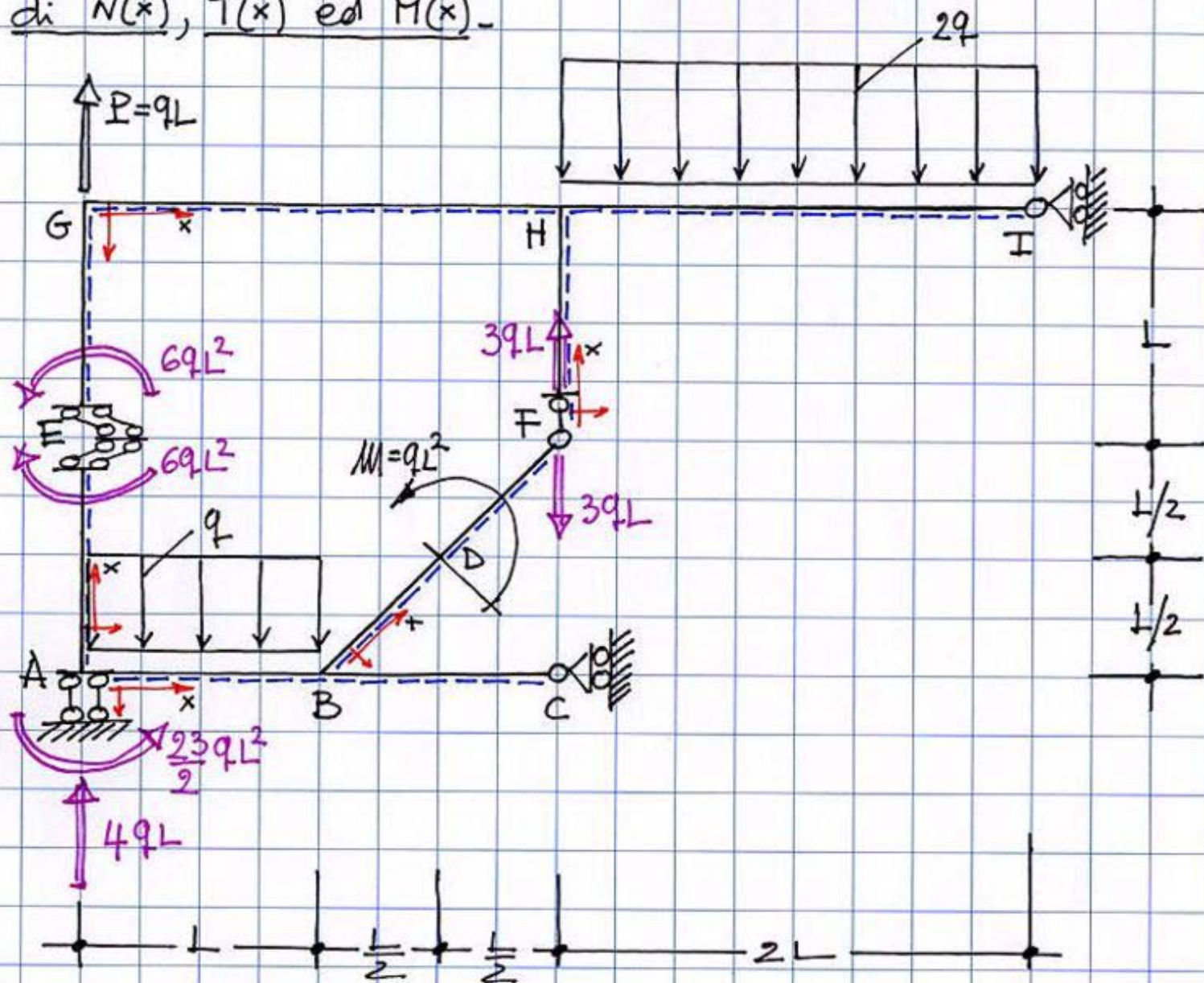
È facile verificare che le reazioni valutate con metodo grafico coincidono con quelle valutate per via analitica.

Si ha in definitiva:



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS)

CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.

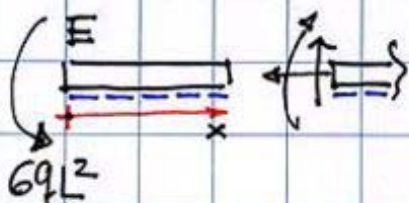


TRATTO AE $0 \leq x \leq L$



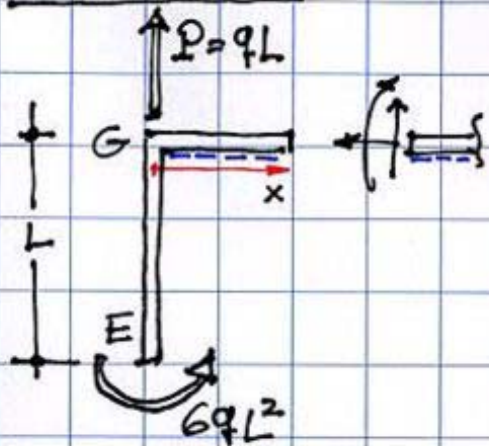
$$N(x) = 0; T(x) = 0; M(x) = -6qL^2$$

TRATTO EG $L \leq x \leq 2L$



$$N(x) = 0; T(x) = 0; M(x) = -6qL^2$$

TRATTO GH $0 \leq x \leq 2L$

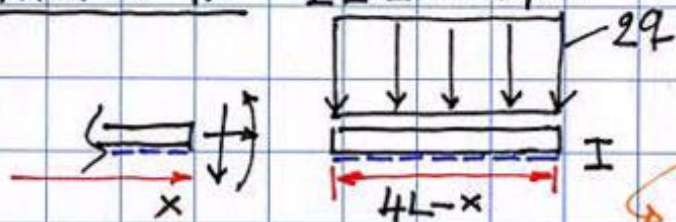


$$N(x) = 0; \quad T(x) = qL;$$

$$M(x) = -6qL^2 + qLx$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_G = M(x)|_{x=0} &= -6qL^2 \\ M_H = M(x)|_{x=2L} &= -4qL^2 \end{aligned} \right.$$

TRATTO HI $2L \leq x \leq 4L$



$$N(x) = 0; \quad T(x) = 2q(4L - x);$$

$$M(x) = -2q \frac{(4L - x)^2}{2}$$

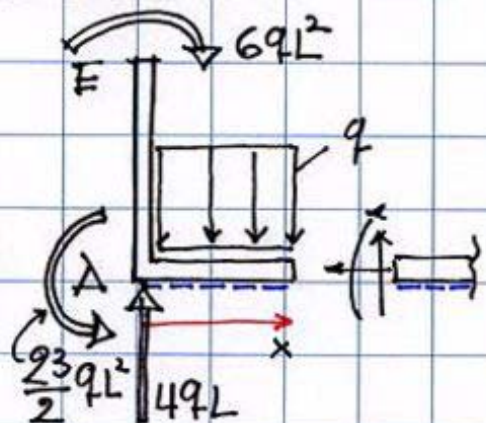
$$\left\{ \begin{aligned} T_H = T(x)|_{x=2L} &= 4qL \\ T_I = T(x)|_{x=4L} &= 0 \\ M_H = M(x)|_{x=2L} &= -4qL^2; \quad M_I = M(x)|_{x=4L} = 0 \end{aligned} \right.$$

TRATTO FH $0 \leq x \leq L$



$$N(x) = -3qL; \quad T(x) = M(x) = 0.$$

TRATTO AB $0 \leq x \leq L$

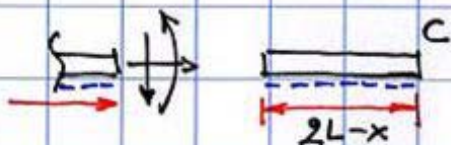


$$N(x) = 0; \quad T(x) = 4qL - qx$$

$$M(x) = 6qL^2 - \frac{23qL^2}{2} - \frac{qx^2}{2} + 4qLx$$

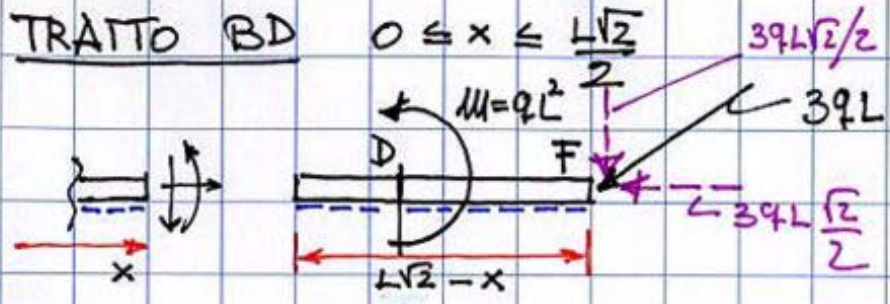
$$\left\{ \begin{aligned} T_A = T(x)|_{x=0} &= 4qL \\ T_B = T(x)|_{x=L} &= 3qL \\ M_A = M(x)|_{x=0} &= -\frac{11qL^2}{2} \\ M_B = M(x)|_{x=L} &= -2qL^2 \end{aligned} \right.$$

TRATTO BC $L \leq x \leq 2L$



$$N(x) = T(x) = M(x) = 0.$$

TRATTO BD



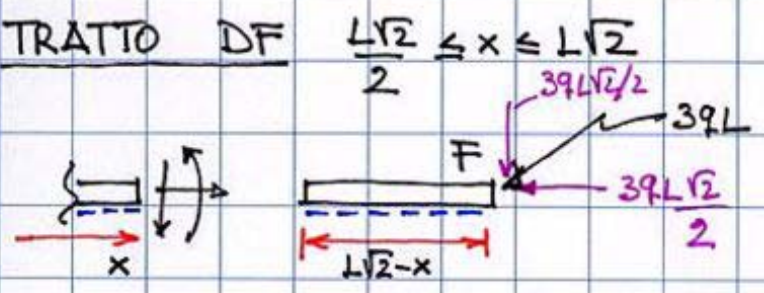
$$N(x) = -39qL \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$T(x) = 39qL \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$M(x) = qL^2 - 39qL \frac{\sqrt{2}}{2} (L\sqrt{2} - x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_D = M(x)|_{x=0} = -2qL^2 \\ M_F = M(x)|_{x=L\sqrt{2}/2} = -\frac{1}{2}qL^2 \end{array} \right.$$

TRATTO DF



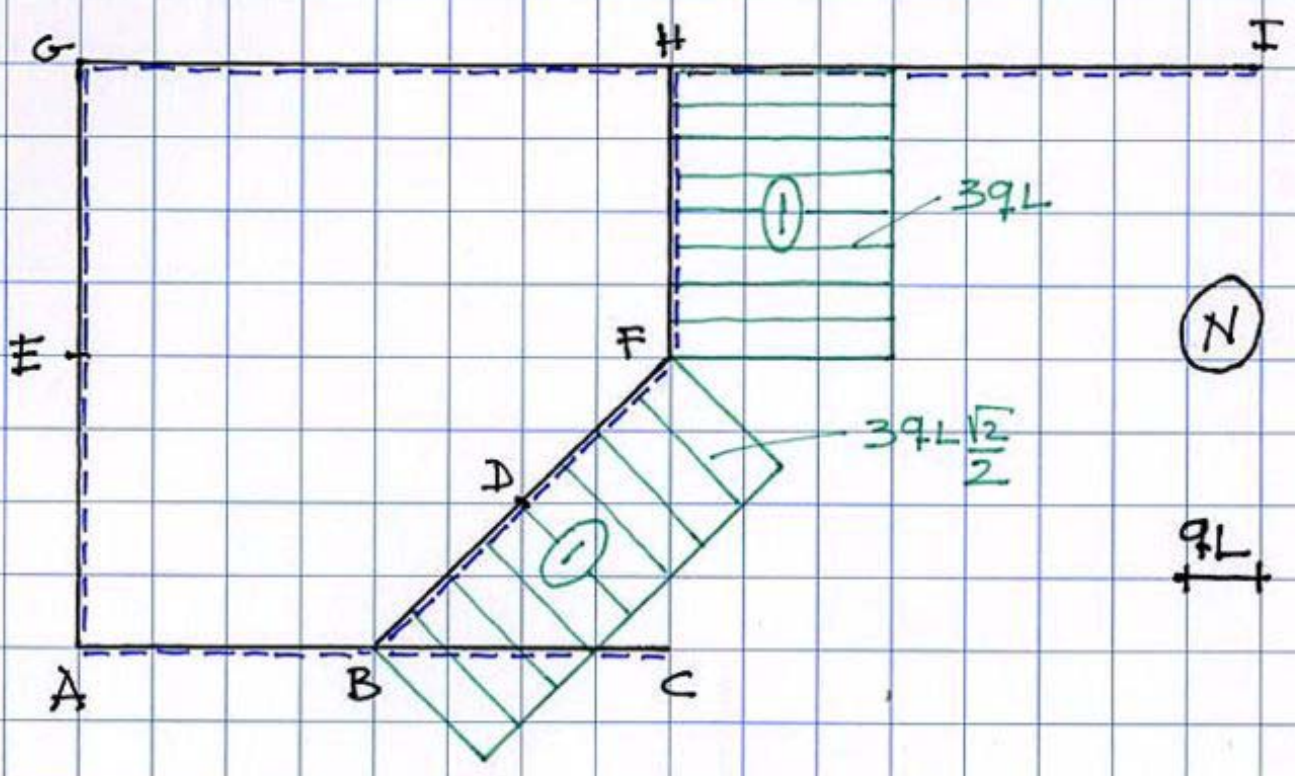
$$N(x) = -39qL \frac{\sqrt{2}}{2};$$

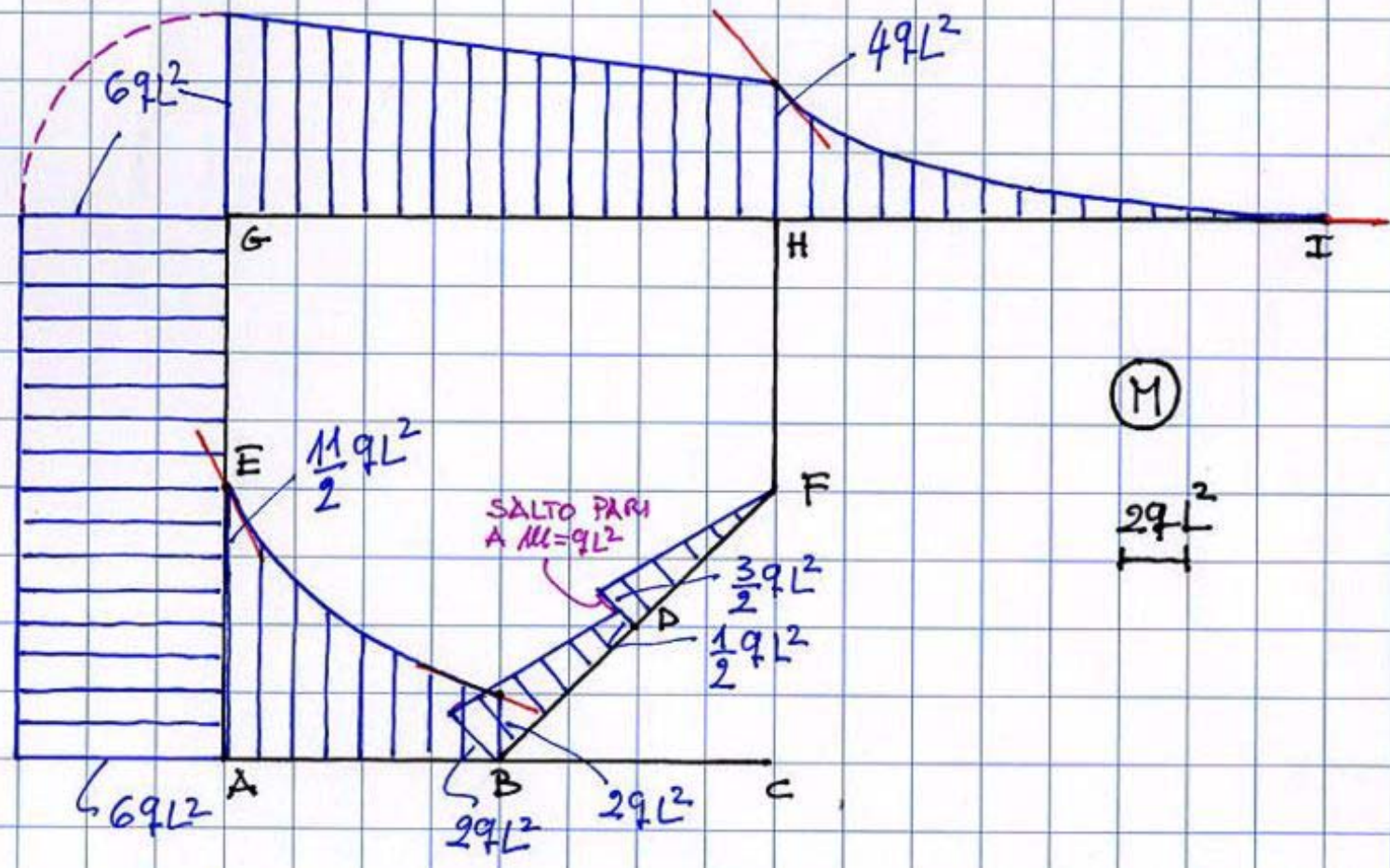
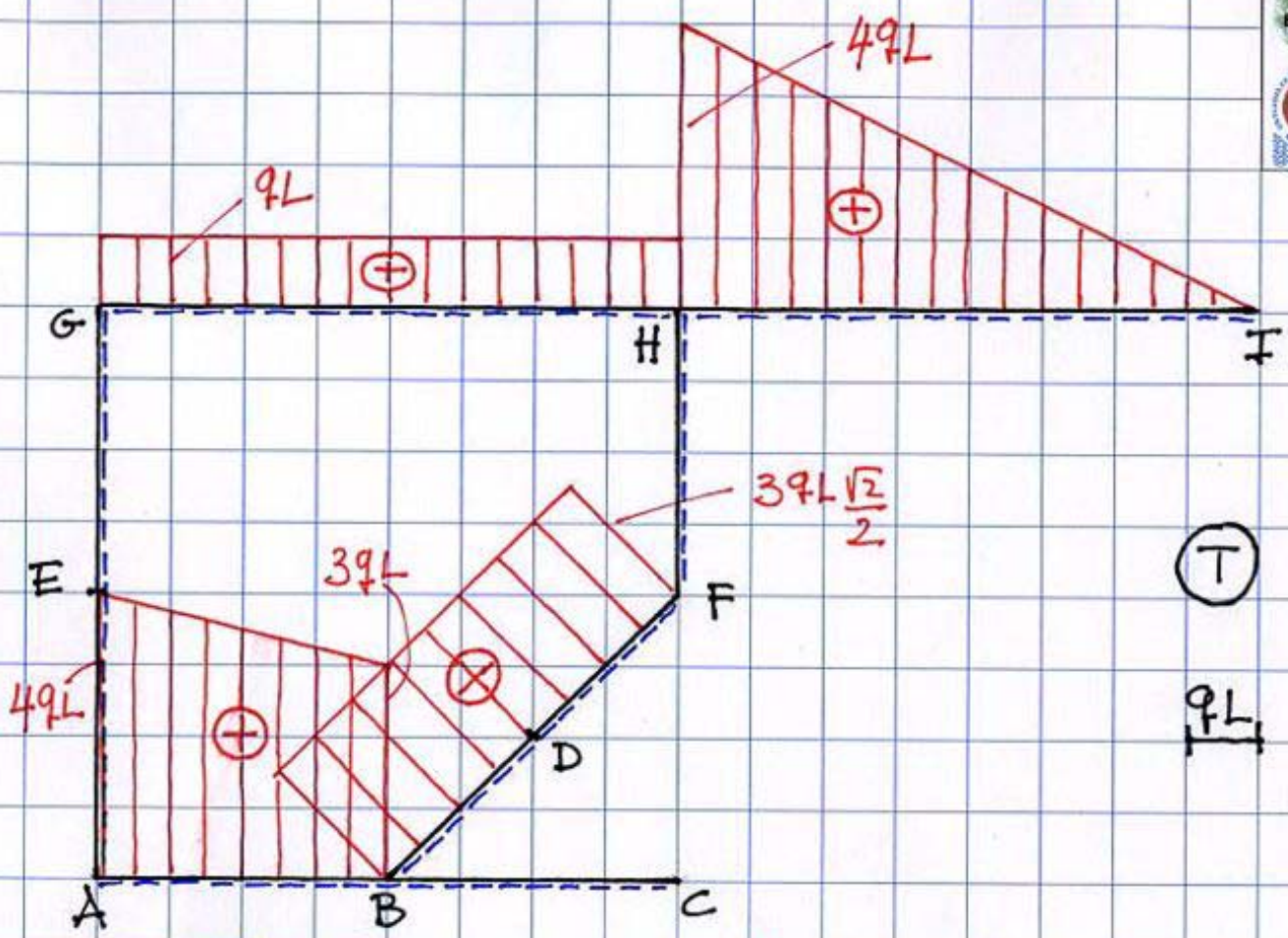
$$T(x) = 39qL \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$M(x) = -39qL \frac{\sqrt{2}}{2} (L\sqrt{2} - x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_D = M(x)|_{x=L\sqrt{2}/2} = -\frac{3}{2}qL^2 \\ M_F = M(x)|_{x=0} = 0 \end{array} \right.$$

CS-diagrammi

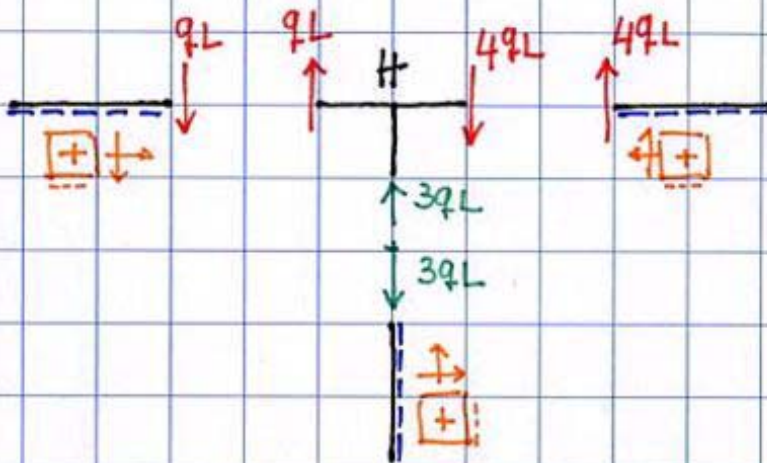




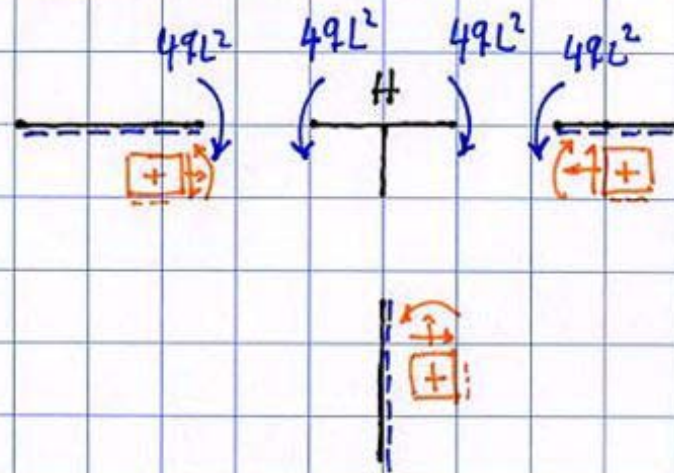
• VERIFICHE AI NODI H, B ed A

Nodo H

- alla traslazione (cfr. N & T)

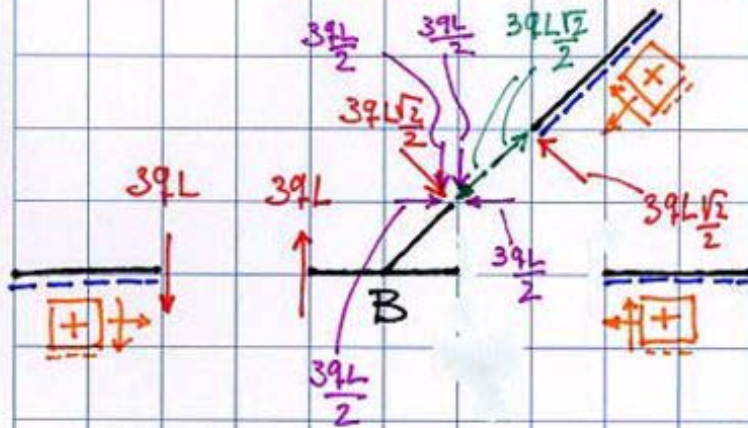


- alla rotazione (cfr. M)

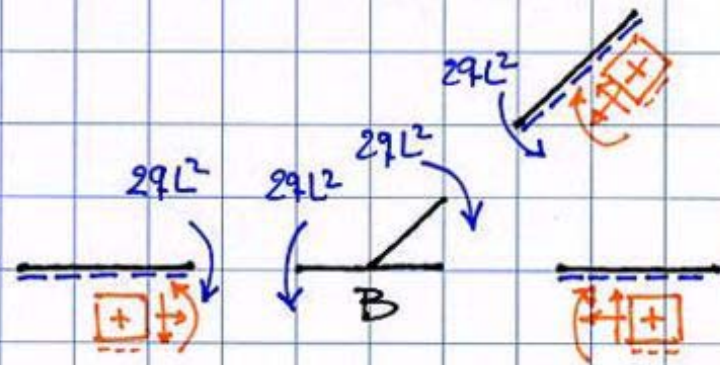


Nodo B

- alla traslazione (cfr. N & T)

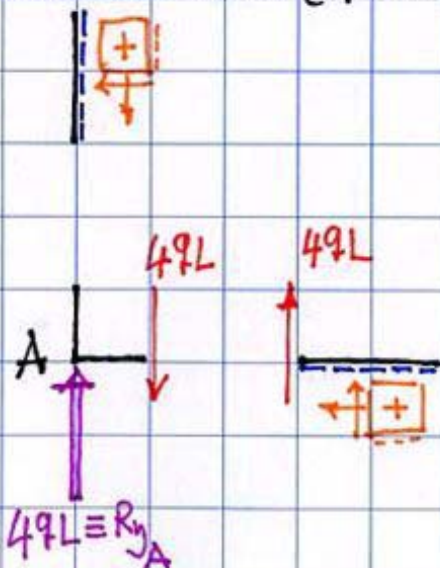


- alla rotazione (cfr. M)



Nodo A

- alla traslazione (cfr. N & T)



- alla rotazione (cfr. M)

