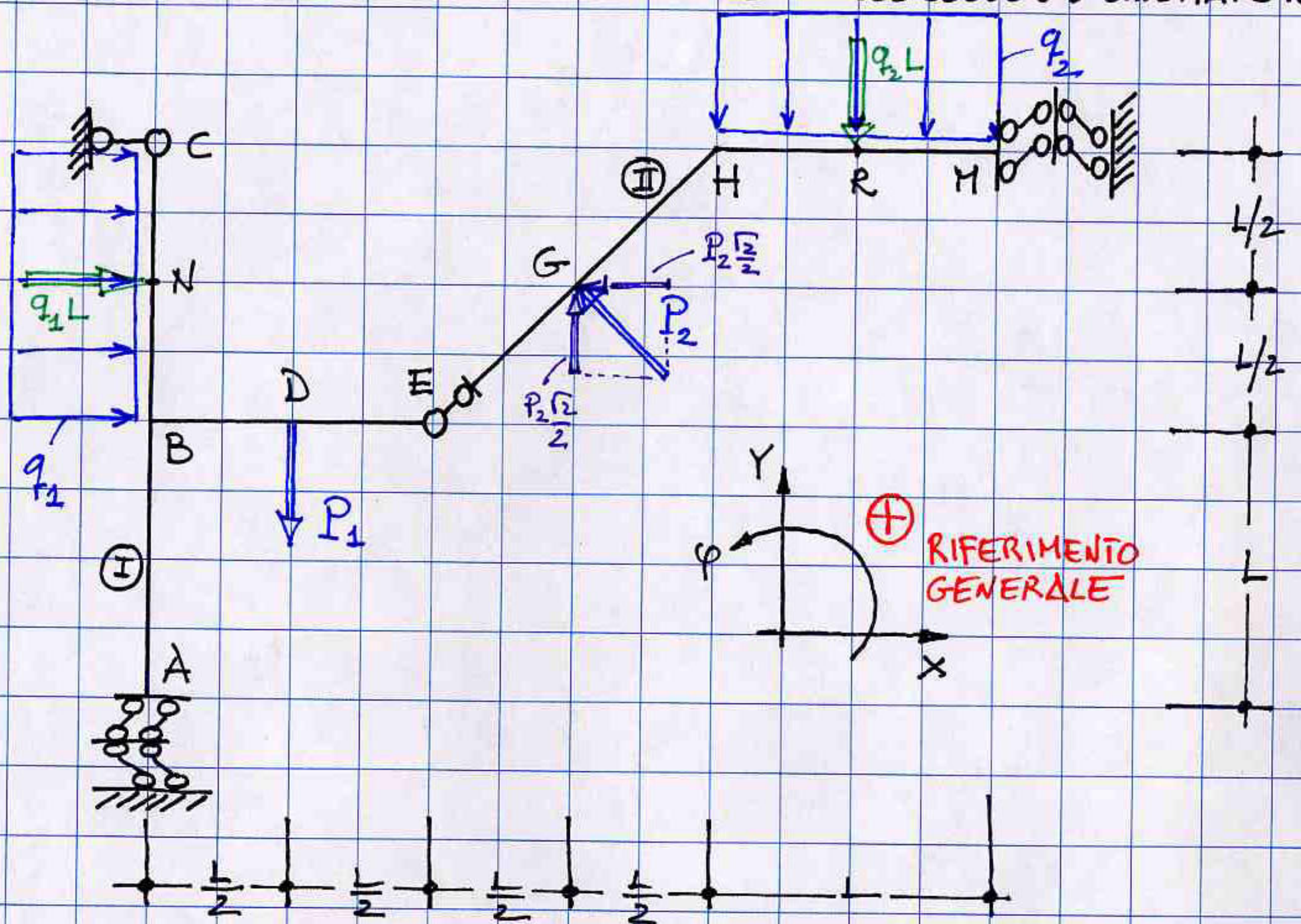
ESERCIZIO #9

DETERMINARE LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL SEGUENTE CINEMATISMO:



- Grado di labilità:

$$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+1+1+1) = 2$$ ⇒ CINEMATISMO CON 2 GRADI DI LIBERTÀ

- Il sistema in esame possiede 2 gradi di libertà (GL) di corpo rigido, esso può assumere quindi 2 classi di configurazioni cinematicamente ammissibili. Una configurazione variata del sistema è individuata da 2 parametri lagrangiani (o spostamenti indipendenti). I carichi distribuiti possono essere sostituiti da carichi concentrati equivalenti.

- Lo studio del sistema può condursi applicando il principio di sovrapposizione degli effetti; per ogni spostamento indipendente (o parametro lagrangiano) si individua la configurazione variata (spostata) del sistema ottenuta assumendo tale spostamento indipendente diverso da zero e ponendo nulli tutti gli altri (l'altro nel caso in esame). La configurazione variata così ottenuta è nota come meccanismo fondamentale.

la configurazione variata del cinematismo in esame si può quindi ottenere dalla sovrapposizione di tutti i meccanismi fondamentali individuati (due in questo caso).

- Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{C}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{C}^T :=$ matrice di equilibrio; $\underline{F} :=$ vettore dei carichi. La matrice di equilibrio può ottenersi come trasposta della matrice di compatibilità $\underline{C}$, quest'ultima ha un numero di colonne pari al numero dei GL del sistema (o ciò che è lo stesso pari al numero di meccanismi fondamentali o, ancora, al numero di parametri lagrangiani) e, com'è noto, può essere costruita per colonne ricordando quanto segue.
La i-esima colonna di $\underline{C}$, la si denoti $\underline{c}_i$, coincide con il vettore degli spostamenti (dipendenti) dei punti ove sono applicati i carichi, $\delta \underline{u}_D$, valutato sull'i-esimo meccanismo fondamentale (ottenuto per $\delta\lambda_i = 1$), risulta infatti:

$$\underline{c}_i \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#i} = \delta \underline{u}_D \Big|_{\substack{\delta\lambda_i = 1 \\ \delta\lambda_j = 0,\ i \neq j}}$$

- Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale si assumono, nel caso in esame, i seguenti parametri lagrangiani:

$$\delta\lambda_1 = \delta u_{y_A} \;;\; \delta\lambda_2 = \delta u_{y_H},$$

questi consentono di definire due possibili meccanismi fondamentali (MF), in particolare:

$$MF\ \#1 \rightsquigarrow \delta\lambda_1 = 1 \;;\; \delta\lambda_2 = 0 \;;$$

$$MF\ \#2 \rightsquigarrow \delta\lambda_1 = 0 \;;\; \delta\lambda_2 = 1 \,.$$

- Si definiscono inoltre i seguenti vettori:

$$\delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{x_N} \\ \delta u_{y_D} \\ \delta u_{x_G} \\ \delta u_{y_G} \\ \delta u_{y_R} \end{bmatrix} \;;\quad \underline{F} = \begin{bmatrix} q_1 L \\ -P_1 \\ -P_2\frac{\sqrt{2}}{2} \\ P_2\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -q_2 L \end{bmatrix} ;$$

VETTORE SPOSTAMENTI (DIPENDENTI) DEI PUNTI OVE SONO APPLICATI I CARICHI (COMPONENTI DI SPOSTAM. NELLA DIREZIONE DEI CARICHI).

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

per quanto prima osservato, lo studio di tutti i meccanismi fondamentali conduce alla costruzione per colonne della matrice di compatibilità e di conseguenza al sistema $\underline{\underline{C}}^T\underline{F} = \underline{0}$ che fornisce le condizioni di equilibrio del cinematismo.

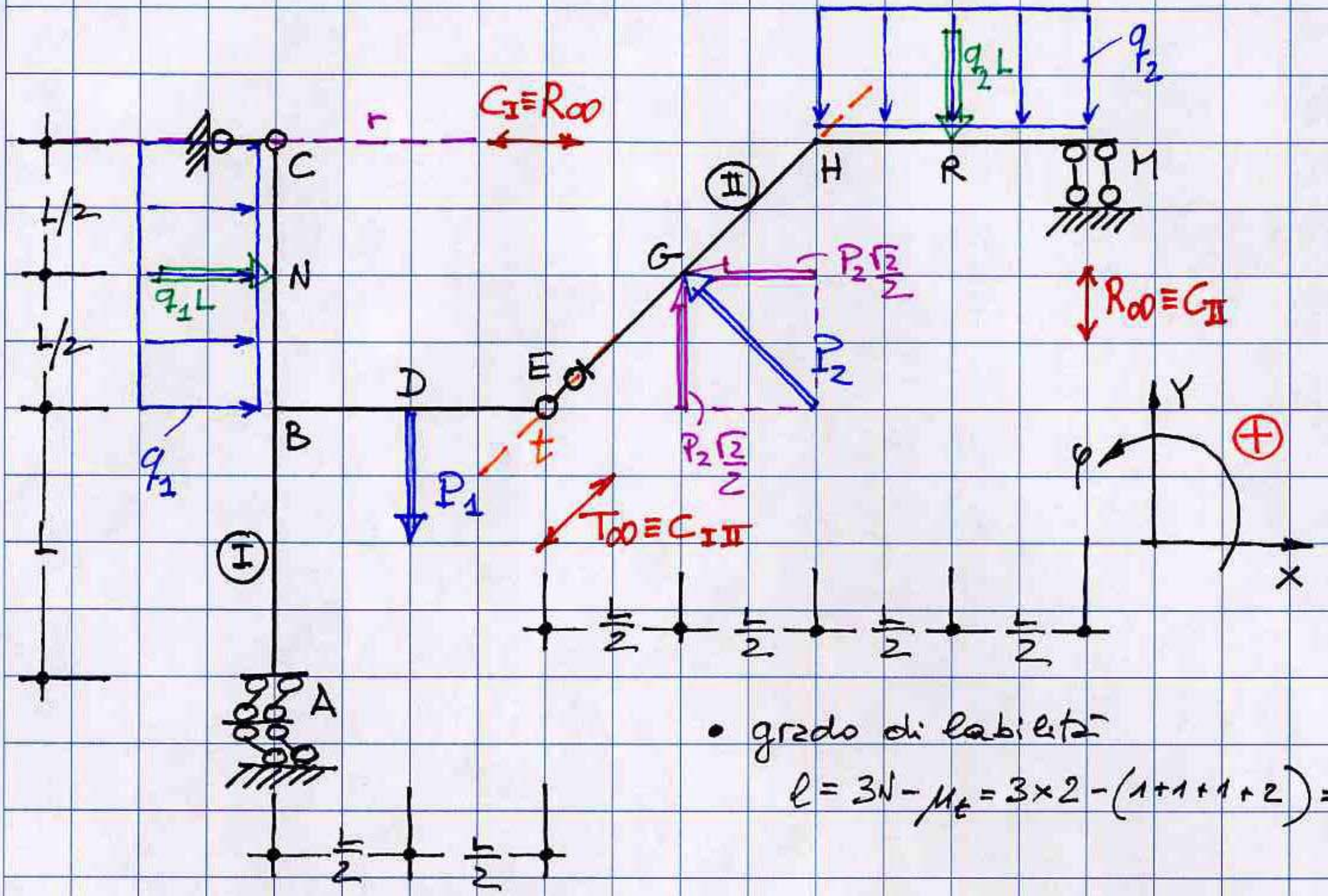
FUSCHI
PISANO
SOFI

MECCANISMO FONDAMENTALE # 1

$\delta\lambda_1 = \delta u_{y_A} = 1$

$\delta\lambda_2 = \delta u_{y_M} = 0$

A tal fine è sufficiente sostituire il doppio bipendolo M ($\delta u_{x_M} \neq 0$; $\delta u_{y_M} \neq 0$; $\delta\varphi_M = 0$) con un bipendolo ad assi verticali ($\delta u_{x_M} \neq 0$; $\delta u_{y_M} = 0$; $\delta\varphi_M = 0$).



- grado di labilità

$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+1+1+2) = 1$

- Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

DOPPIO BIPENDOLO A $\rightarrow C_I \in r_\infty$

PENDOLO C $\rightarrow C_I \in r$

$\Rightarrow C_I \equiv R_\infty$

BIPENDOLO M $\rightarrow C_{II} \equiv R_\infty$

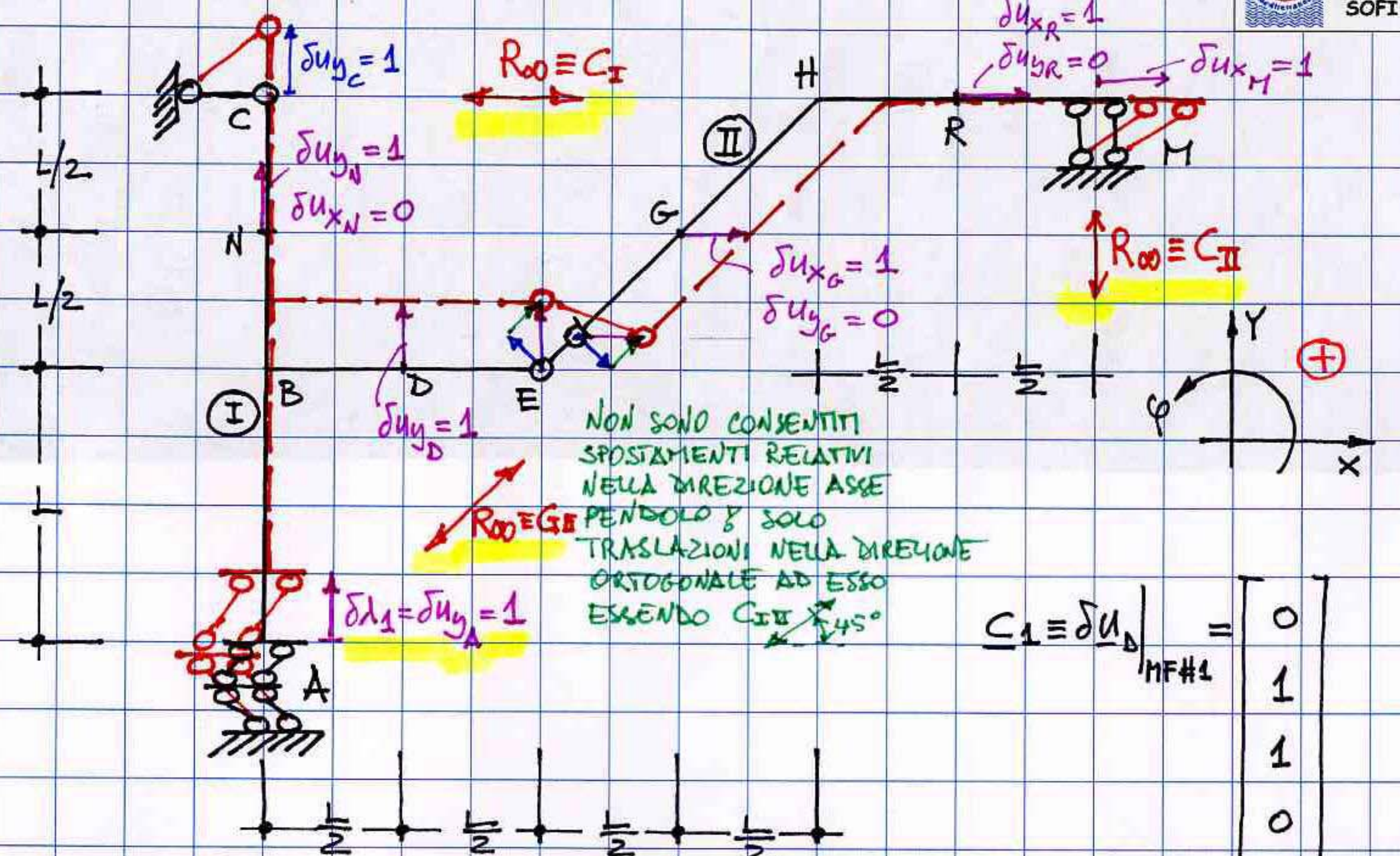
PENDOLO E $\rightarrow C_{I\,II} \in t$

$C_{I\,II}$ deve $\in t$ ed essere allineato con C_I e C_{II} cioè deve $\in r_\infty$!

$\Rightarrow C_{I\,II} \equiv T_\infty$ 45°

FUSCHI
PISANO
SOFI

- spostata MF # 1 $(\delta\lambda_1 = \delta u_{y_A} = 1)$

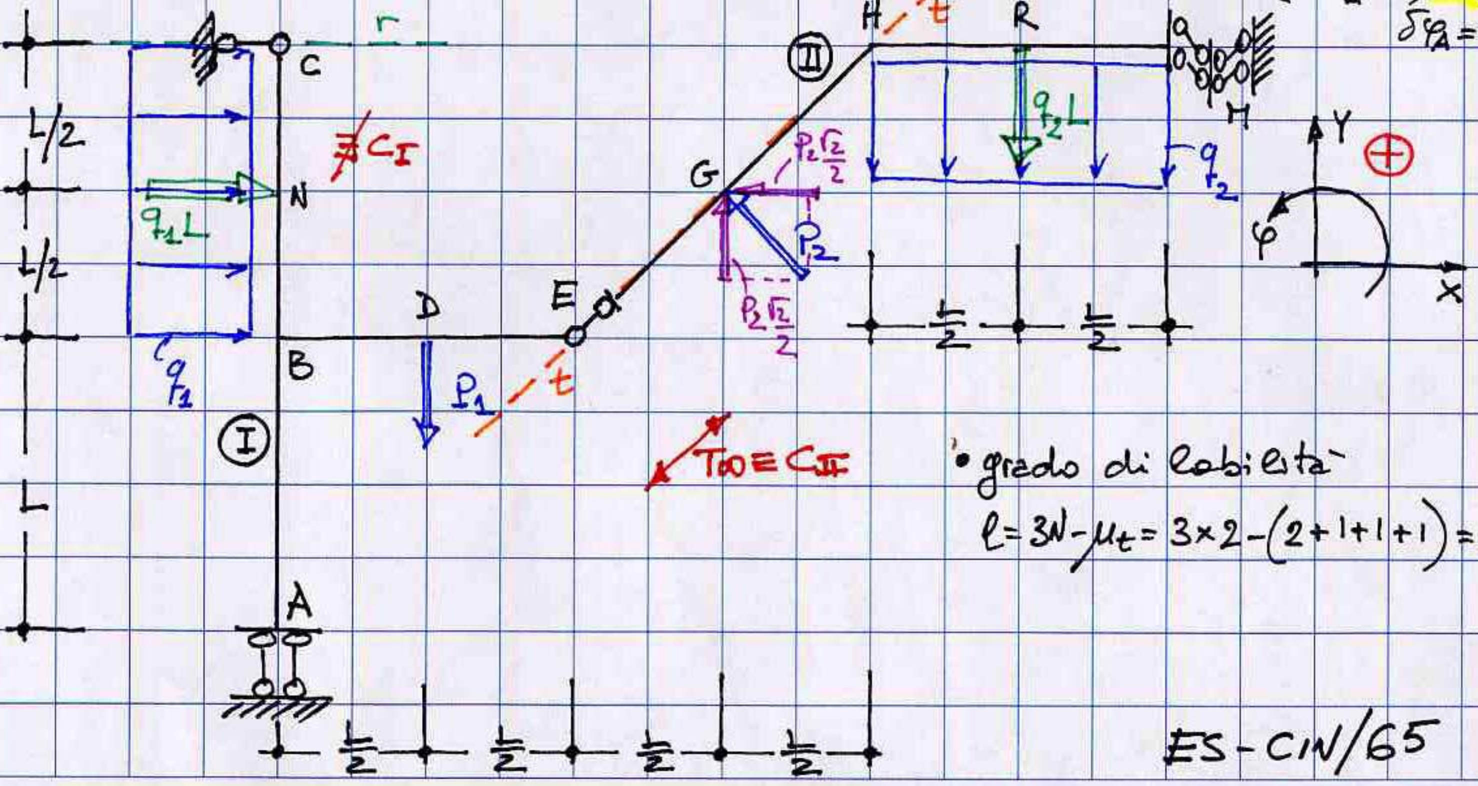


$$\underline{C}_1 \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- MECCANISMO FONDAMENTALE # 2

$\delta\lambda_1 = \delta u_{y_A} = 0$
$\delta\lambda_2 = \delta u_{y_M} = 1$

A tal fine è sufficiente sostituire il doppio bipendolo in A ($\delta u_{x_A} \neq 0$; $\delta u_{y_A} \neq 0$; $\delta \varphi_A = 0$) con un bipendolo ad assi verticali ($\delta u_{x_A} \neq 0$; $\delta u_{y_A} = 0$; $\delta \varphi_A = 0$).



- grado di labilità

$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (2+1+1+1) = 1$

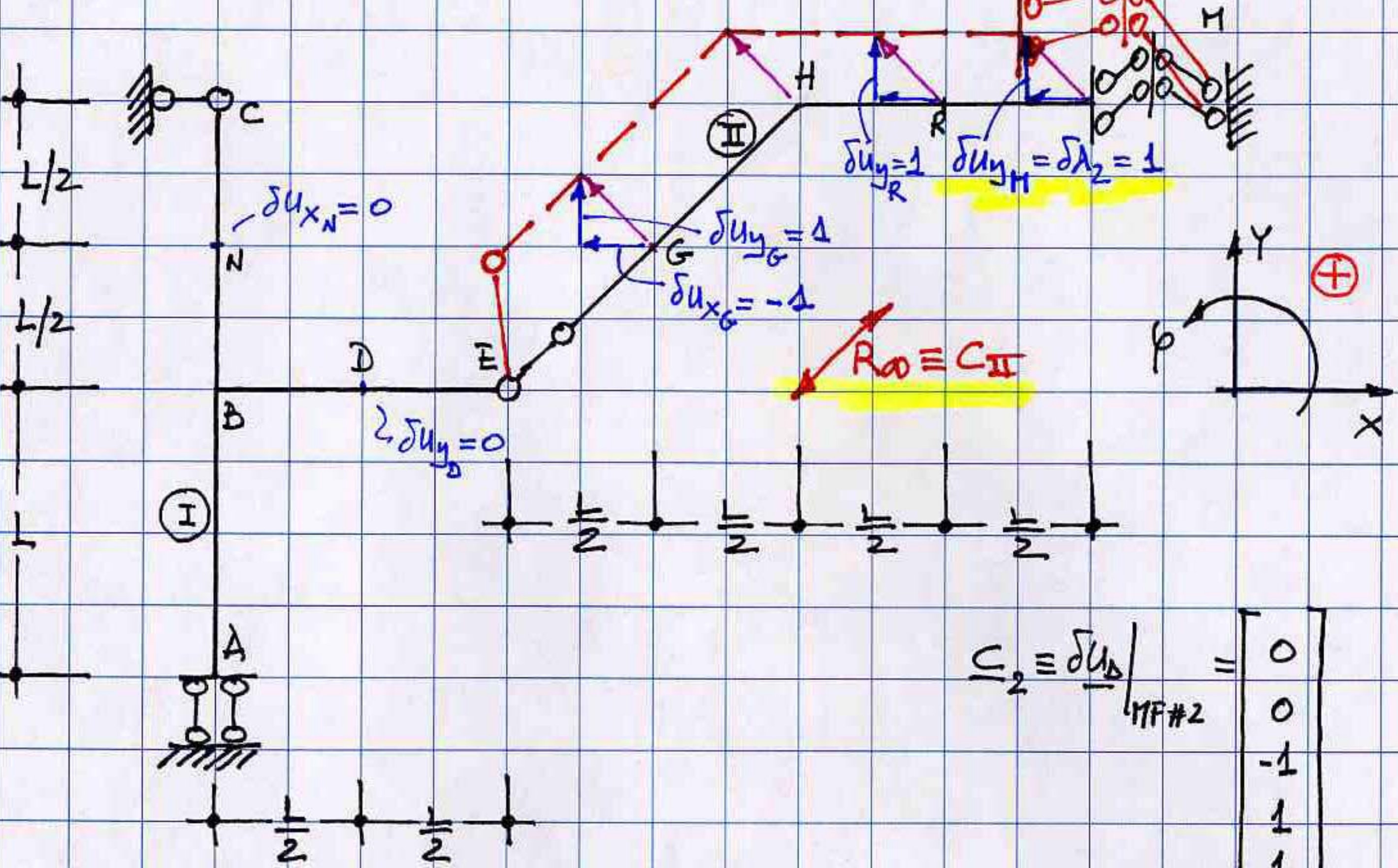
SCBAA LABSTA
campus one
FUSCHI
PISANO
SOFI

• Individuazione Centri assoluti e relativo di rotazione:

BIPENDOLO A $\rightsquigarrow C_I \equiv R_\infty \updownarrow$
PENDOLO C $\rightsquigarrow C_I \in r$ $\Longrightarrow \nexists\, C_I$

PENDOLO E $\rightsquigarrow C_{II} \in t$
DOPPIO BIPENDOLO M $\rightsquigarrow C_{II} \in r_\infty$ $\Longrightarrow C_{II} \equiv T_\infty$ 45°

• Spostata MF #2 $(\delta\lambda_2 = \delta u_{y_M} = 1)$



$$\underline{c}_2 \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

• Si ha in definitiva:

$$\underline{\underline{C}} = [\underline{c}_1 \ \underline{c}_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ e quindi $$\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 L \\ -P_1 \\ -P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -q_2 L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

da cui:

$$\begin{cases} -P_1 - P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} + P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} - q_2 L = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} P_1 = -P_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ P_2 = \frac{q_2 L}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL CINEMATISMO!